AÇÕES E INTERAÇÕES NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Burak, D. - Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO) - Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) - dioburak@yahoo.com.br

Ferreira, C.R. - Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO) - Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) - prof.crferreira@gmail.com

RESUMO

Este minicurso pretende evidenciar as ações e as interações decorrentes das atividades de Modelagem Matemática no desenvolvimento de um tema. Busca fundamentar suas ações em uma concepção de Modelagem Matemática consoante com a perspectiva de Educação Matemática que vai além da matemática e considera a importância de outras áreas como fundamentais para o processo de ensino com vistas à aprendizagem da Matemática. A partir de algumas atividades, busca-se mostrar as situações que podem envolver ações e interações entre os participantes e que a teoria sócio cultural de Vygotsky, assim como, da Aprendizagem Significativa de David. P. Ausubel contribuem de forma significativa no trabalho com a Modelagem Matemática.

Palavras- Chave: Modelagem Matemática; Educação Matemática; Ensino e Aprendizagem: Ações e Interações.

1. UMA PERSPECTIVA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os vários estudos já realizados em relação à Educação Matemática permitiram-nos fazer uma opção pela forma de concebê-la. Tal opção deve-se ao fato de a Educação Matemática possuir toda uma história que ao mesmo tempo em que mostra sua origem, também mostra as formas de olhá-la, ao menos duas. Na primeira forma de vermos sua história se dá na transição dos séculos XIX para o século XX, tendo com um dos seus precursores, John Dewey (1859-1952) com sua obra denominada Psicologia do Número (1895), na qual propunha uma relação cooperativa entre professores e alunos assim como “a integração entre todas as disciplinas”. (D’ AMBRÓSIO, 2006, p.11). Ainda nessa trajetória, o matemático americano Eliakim H. Moore (1862- 1932), segundo D’ Ambrósio, escreve um artigo propondo a integração da Matemática com a Física num sistema de instrução permanente, que deve acontecer em um laboratório com o objetivo de desenvolver o espírito de pesquisa.

Outros matemáticos como o casal Grace C e Wilian H. Young, conforme, D’Ambrosio (2004, p.12). “propõem trabalhos manuais, o concreto auxiliando o ensino de geometria abstrata”.

Entretanto, para D’ Ambrósio (2004, p.71), o passo mais importante para a Educação Matemática se estabelecer como disciplina, foi dada graças a contribuição de Felix Klein (1849-1925), com o livro intitulado, “Matemática Elementar Sob o Ponto de Vista Avançado”, em 1908.

Como constituição de uma subárea da Matemática e da Educação, a Educação Matemática consolidou-se em 1908, no Congresso Internacional de Matemáticos, ocorrido em Roma, com a fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática - conhecida pelas siglas IMUK/ICMI - liderada por Felix Klein, e tendo como veículo de divulgação a revista L’Enseignement Mathématique (D´AMBROSIO, 2004, p. 72).

A preocupação emergente com o ensino da Matemática foi razão para que em 1915 fosse fundada a Mathematical Association of América (MAA), direcionada para o Ensino Superior e, em 1920, fosse fundado o Nacional Council of Teachers of Mathematics (NCTM), destinado ao ensino secundário e elementar (D’AMBRÓSIO, 2006, p.14).

Após a Segunda Guerra Mundial, houve um significativo desenvolvimento do que se denominava de Educação Matemática, com propostas de renovação curricular embasadas em teorias de psicólogos renomados, entre os quais destaca-se Jean Piaget. Em 1951, foi criado nos Estados Unidos o projeto University of Illinois Commitee on School Mathematics, com repercussão internacional e sob a liderança de Max Bieberman. Nessa década, em 1958, surgiu o School Mathematics Study Group (SMSG), na Stanford University, sob a liderança de Edward G. Begle. Este projeto viria a ter a maior repercussão de todos, e passou a ser identificado com o que ficou conhecido como New Math (D´AMBROSIO, 2004, p. 15)

Evidenciamos, ainda que de forma abreviada, a preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática, em termos educativos, desde o final do século XIX e do século XX. Dois movimentos surgidos na segunda metade do século XX, passam a ser o centro de nossas considerações: 1) O Movimento denominado Matemática Moderna e 2) O Movimento Educação Matemática. Com base nesses dois movimentos estão alicerçados os estudos mais recentes sobre a Educação Matemática. Conforme nos aponta D’ Ambrósio (2004, p.72), a partir da liderança de Felix Klein com a fundação da Comissão Internacional de Instrução Matemática - conhecida pelas siglas IMUK/ICMI em 1908, a Educação Matemática consolidou-se como subárea da Matemática e da Educação. Então, algumas considerações em relação aos dois movimentos mencionados, podem possibilitar uma maior compreensão sobre a Educação Matemática que compartilhamos. Como percebemos, na breve explanação, a preocupação dos renomados matemáticos era de forma mais específica em relação ao ensino, possivelmente com técnicas e métodos. De outro lado, alguns estudiosos, tais como, John Dewey(1895) e Elwood (1894) tinham preocupações que transcendiam o ensino, mas com o sujeito psicológico.

Quando do surgimento do Movimento Matemática Moderna na década de 1960, no Brasil, visto que nos EUA se deu anteriormente, conforme D’Ambrósio (2004, pp. 72 - 73), em 1959, numa conferência em Royaunmont, o matemático Jean Dieudonné, marcou o início do movimento conhecido como ‘Matemática Moderna’. As grandes mudanças ocorridas nas matemáticas a partir de 1800 culminaram com o relevante trabalho de sistematização do Grupo Bourbaki que deu origem ao “Movimento da Matemática Moderna”, cujo foco, centrava-se na estrutura matemática, isto é, na teoria dos conjuntos, nas estruturas algébricas, nas funções e na lógica matemática. Este movimento seguiu o curso natural das discussões que se realizaram e traduziu, em grande parte, os avanços matemáticos de mais de um século, já mencionados anteriormente. Em Burak (2012, p.58), a grande mudança pretendida era, pois, “**tentar transferir as ideias gerais e unificadoras da Matemática a níveis cada vez mais elementares”.** Eminentes matemáticos e educadores à época foram solicitados a colaborar na realização dessa tarefa, dentre os quais o grupo Bourbaki, Papy, Dienes e Piaget.

No Brasil, o Movimento da Matemática Moderna buscava mudanças substanciais nos currículos escolares, e tentava influenciar os níveis de ensino - Primário e Secundário à época - que atualmente integram a Educação Básica como Ensino Fundamental e Médio.

Entretanto, ao final da década de 1970, conforme Burak (2012, p. 64), esse movimento começava a sofrer fortes críticas tanto por parte dos meios acadêmicos, dos pais, quanto da imprensa. O Livro de Morris Kline intitulado “O fracasso da Matemática Moderna”, publicado no Brasil em 1976, além das muitas críticas sofridas, até mesmo por alguns dos seguidores, esta obra evidenciou o declínio dessa matemática, em âmbito escolar, principalmente nos níveis de ensino denominados de Educação Básica. Algumas das críticas foram feitas justamente pelos mais ferrenhos defensores desse movimento.

Para alguns educadores matemáticos, o fracasso desse movimento deu-se pelo despreparo dos professores para a compreensão mais efetiva da proposta. A ênfase nas ideias foi substituída por uma ênfase apenas na simbologia. No Brasil, ensejou descontentamento principalmente dos professores do 1º e 2º Graus à época, pois não parecia haver entre esses preocupação maior, quer com o ensino, quer com a aprendizagem da matemática, cuja ênfase era posta por eles na simbologia, muito mais do que nas ideias.

A Matemática Moderna seguia inspirada no modelo de racionalidade que preside a ciência moderna desde a Revolução Científica do século XVI e seguintes, basicamente sob o domínio das ciências naturais (SANTOS,2006, p.20). Nessa visão, a Matemática ocupa o lugar mais alto da hierarquia das ciências e, segundo o autor referido, dela derivam duas consequências quais sejam:

1) conhecer significa quantificar e

2) o rigor científico afere-se pelo rigor nas medições.

A implicação dessas considerações sobre a Matemática é que as qualidades intrínsecas de um objeto são desqualificadas e enfatizam-se as quantidades que eventualmente podem traduzi-lo. As teses de Popper com o Racionalismo Crítico, pois, corresponderam ao modelo de racionalidade que inspirava a prática dos cientistas à época. (BURAK, 2012, p.58)

Com o declínio do Movimento Matemática Moderna, começou a ganhar corpo o Movimento denominado Educação Matemática, que teve como foco de preocupação os assuntos relacionados à Filosofia da Matemática e ao Ensino e a Aprendizagem da Matemática.

A preocupação com o ensino propriamente dito, contudo, é considerada como aquela que buscou reduzir a Matemática à mera dedução, numa visão de ensino tradicional e, posteriormente, de ênfase exagerada na simbologia, em detrimento das ideias a que ficou reduzida, nos níveis da escolaridade fundamental. Acrescente-se a isso a escassa importância dada ao sujeito do estudante desconsiderando-o como um sujeito psicológico e sujeito de sua aprendizagem. Ao fazermos uso do termo ensino e aprendizagem de forma explícita, parece que ele vincula-se de forma indelével à Educação Matemática, assim como explicitado por Baldino (1991), "pois educação lembra "pedagogia", lembra "aprendizagem", lembra, ainda, interesse e motivação e, suas ações envolvem o campo do sujeito situado no contexto social".

Um ponto a ser ressaltado é que o Movimento de Matemática Moderna foi/é considerado por muitos pesquisadores e educadores, como um Movimento de Educação Matemática. Entendemos que isto se fazia ou se faz no sentido comum de entender que, onde se efetua ensino de matemática existe relação e ocorre 'Educação Matemática'.

Esse entendimento precisa ser bem explicitado para prover compreensão das diferenças que se fazem presentes nas formas de conceber esses movimentos. É o que propomos ao ensejar as discussões sobre a Educação Matemática, mais precisamente, sobre a sua natureza e metodologia, tais quais se apresentaram anteriormente no âmbito da Matemática Moderna.

Tais discussões tiveram início, de forma sistemática, a partir da década de 1970. A estranheza que possa emergir da razão pela qual se designou/designava educação matemática ao invés de simplesmente de que a matemática pode ser explicitada pela compreensão da diferença entre as ideias presentes em uma e outra. Vale ressaltar que as duas vertentes teóricas e epistemológicas que, de certa forma, ditavam a filosofia da época, quais sejam, o Racionalismo Crítico e a Teoria Crítica da Sociedade, expressavam visões distintas em relação à natureza e ao método de tratar o conhecimento.

O Racionalismo Crítico embasava as ações cognitivas sobre o método científico, de forma tal que, na Matemática, a validade do conhecimento, constituía-se ou era admitido sob a égide de uma única visão de ciência, aquela em que o natural e o humano são tratados por um método único, independentemente da diversidade de objetos de estudo que possam existir e serem considerados na investigação científica. A Teoria Crítica da Sociedade, por sua vez, embasava suas ações na perspectiva de que a metodologia deve estar relacionada ao objeto de estudo e que o conhecimento do mundo difere dependendo dos interesses cognoscitivos (RIUS, 1989b).

Por isso, a Educação Matemática tem como objeto de estudos não a matemática propriamente dita, mas os problemas decorrentes das relações de ensino e de aprendizagem que se fazem presentes no ato educativo. Em nosso entendimento, só se justifica o uso da expressão 'Educação Matemática', quando se leva em consideração e se compreende a natureza própria da relação ostensiva da Educação-Matemática.

O trabalho de W. Higginson (1980), contribui para explicitar as áreas a que se refere Wain, e que se constituem como integrante da natureza da Educação Matemática. Trata-se do Modelo do Tetraedro de Higginson (Figura 1), cujas faces seriam constituídas pela Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia, e que foi denominado MAPS

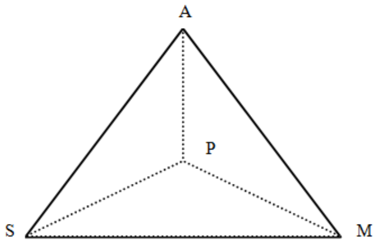

Figura 1: tetraedro de Higginson

Figura 1

Para Higginson *(apud* RIUS (1989a), estas disciplinas são necessárias e suficientes para definir a natureza da Educação Matemática. Elas dizem respeito às seguintes perguntas:

(1) *O* que*?* Que corresponde, basicamente, à dimensão da Matemática;

(2) Quando*?* E Como? Que correspondem à Psicologia;

(3) Por quê*?* Concernente à dimensão da Filosofia;

(4) Quem? E Onde*?* Como questões que remetem à dimensão da Sociologia.

Para o autor, os vértices arestas constituem as confluências das disciplinas que compõem o tetraedro e, assim, a aresta MA corresponde aos interesses da Filosofia e da Matemática, por exemplo. Na aresta MP confluem os interesses da Matemática e da Psicologia.

O modelo do tetraedro foi fruto de um momento histórico, conforme esclarecido pelo próprio Higginson, e poderia se tornar obsoleto com o passar do tempo. Isso de fato está ocorrendo com a incorporação e contribuição para a natureza da Educação Matemática, de outras áreas do conhecimento, como a Antropologia, a Língua Materna, a Epistemologia, a História da Matemática, entre outras.

No presente, concebemos a seguinte configuração para a Educação Matemática, conforme indicado em Burak e Klüber (2008, p. 98).

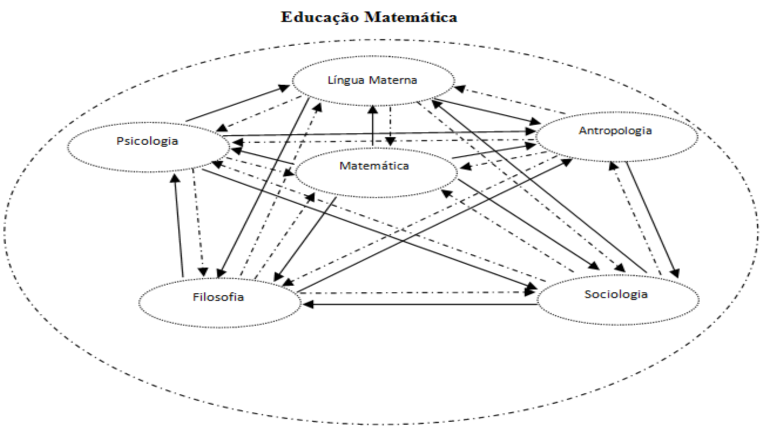

Figura 2

O modelo acima da Figura 2 aponta uma configuração tal que expressa à relação da Matemática com outras áreas da Educação, superando um modelo ideal geométrico da Matemática. Sendo assim, pode ser epistemologicamente orientado pelas Ciências Humanas e Sociais, sem desconsiderar, evidentemente, o seu objeto de estudo: a Matemática em seus aspectos de ensino e aprendizagem.

Nesses termos, essa representação da Educação Matemática reflete uma visão da Matemática como um componente sobremaneira importante, mas não é mais vista como "o componente". A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo em si, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interações importantes. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática e seu ensino e aprendizagem em um contexto em que se favorecem as múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem em uma relação de reciprocidade (BURAK & KLÜBER, 2008). Nessa perspectiva, segundo Petraglia (2005, p. 13) reconhece-se e se trabalha com a complexidade na seguinte busca:

> ... De um 'ser' e do 'saber' uno e múltiplo que nos revela uma ciência que, mais do que a detentora de verdades absolutas e imutáveis, nos aponta para um caminho de novas descobertas e novas verdades que aceitam a complexidade como uma realidade, em que o ser humano é ao mesmo tempo sujeito e objeto de sua própria construção e do mundo.

Na perspectiva da Educação Matemática que ora assumimos, concordamos com o pensar de Morin (1980), expresso em Petraglia (2005), de que cada indivíduo é sem igual e singular na sua anatomia, fisiologia, comportamento e inteligência, ainda que apresente, muitas vezes, semelhanças raciais, étnicas, sociais e culturais. Assim sendo, cada ser é único e original, e, portanto, é a sua individualidade que o distingue dos demais, na existência de si mesmo. Morin (1980) esclarece aspectos importantes sobre 'ser sujeito'. Para ele, o sujeito é o "**eu**" que se coloca no centro do mundo, ocupando seu próprio espaço. Sua concepção é complexa, por isso o "**eu**" precisa da relação com o "**tu**" para ambos pertencerem ao mundo.

> O sujeito emerge ao mesmo tempo que o mundo, a partir de sua auto-organização, que é a capacidade que o ser humano tem de transformar-se sempre. Essa capacidade envolve outras características para o desenvolvimento do processo auto-organizador, como a individualidade, incerteza, ambiguidade e complexidade. (PETRAGLIA , 2005, p. 58).

Na expectativa da superação do paradigma que preside a ciência moderna, admitimos que se uma transformação na educação acontecer será para valorizar a sala de aula e não para sua negação. Portanto, podemos admitir que o nosso desafio tenha consequências significativas nas comunidades e na sociedade. Assim, concordamos com Paulo Freire, quando este ressalta que a escola sozinha não muda a sociedade nem tampouco esta mudará sem a escola. (FREIRE, 2000).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A SALA DE AULA

Torna-se necessário e conveniente expressar meu entendimento sobre a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, que se pauta pela visão das Ciências Sociais e Humanas, cujo objetivo é possibilitar um ensino de matemática com vistas à aprendizagem. Esse entendimento torna-se imprescindível, notadamente quando se trata da Educação Básica, cujo objetivo primeiro é a construção do conhecimento matemático pelos estudantes da Educação Básica e não a preocupação com a aplicação desses conhecimentos que, nesse nível de escolaridade, ainda estão sendo construídos.

Na concepção de Modelagem enquanto Metodologia de Ensino, tendo como balizadora a perspectiva de Educação Matemática que se orienta pelas Ciências Humanas e Sociais para o ensino de Matemática, o trabalho com a Modelagem, conforme Burak (1992), parte dos seguintes princípios: 1) O interesse do grupo ou dos grupos; 2) Os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo ou dos grupos. O interesse entendido como ponto de partida para o desenvolvimento de qualquer atividade humana, neste caso, particularmente, permitiu que a Modelagem Matemática, encontre na Psicologia, argumentos que a consolidam como princípio sustentador dos procedimentos metodológicos adotados.

Na forma usual o processo de ensino é deflagrado pelo professor na Modelagem Matemática na perspectiva assumida, o processo é compartilhado com o grupo de estudantes, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto. Daí decorrem aspectos importantes a serem destacados:

- Maior interesse do(s) grupo(s);

O fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor ideias desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos.

- Interação maior no processo de ensino e de aprendizagem;

Para a aprendizagem, o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, parece resultar em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo de que gostam e que para eles apresenta significado, por isso tornam-se corresponsáveis pela aprendizagem.

- Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação, e, em consequência, a adoção de uma nova postura do professor.

A educação usual tem privilegiado, na maior parte das vezes, que o processo de ensino seja deflagrado pelo professor. Na Modelagem Matemática, o fato de compartilhar o processo de ensino com o grupo ou grupos, faz a diferença, se constitui em uma mudança de postura por parte do professor. Essa atitude favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre os alunos e professor e alunos.

3. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO COM A MODELAGEM

Para fins de encaminhamentos do trabalho ou das atividades na sala de aula, Burak(2004), sugere-se à Modelagem Matemática cinco etapas:

1- Escolha do tema;

2- Pesquisa exploratória;

3- Levantamento do(s) problema(s);

4- Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema;

5- Análise crítica da(s) solução(es).

O trabalho com a Modelagem Matemática parte de temas propostos pelo grupo, ou pelos grupos constituídos de 3 a 4 participantes. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática torna-se dinâmico, mais vivo e, em consequência, mais significativo para o estudante e para o grupo. Contribui para tornar mais intensa, mais eficiente e mais eficaz a construção do conhecimento por parte de cada participante do grupo, do próprio grupo ou dos grupos, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que cada aluno ou o grupo já possui sobre o assunto. Isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações.

Há ainda, a possibilidade de uma dinâmica maior no ensino, pela ação e o envolvimento do próprio grupo na perspectiva da busca e da construção do conhecimento e, por meio da socialização desse conhecimento no âmbito do grupo, e, posteriormente aos demais grupos.

Nessa configuração de encaminhamento concebido pela Modelagem Matemática, enquanto metodologia para o ensino de Matemática na Educação Básica, a ação do professor fica redefinida, pois este passa a se constituir como mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno ou do grupo. Isso se diferencia do ensino usual ou de algumas outras formas de conceber a Modelagem nas quais, na maioria das vezes, o professor, ainda é o centro do processo.

Na Modelagem, o conteúdo matemático a ser trabalhado é determinado pelos problemas levantados em decorrência da pesquisa de campo,e complementado por meio de multimeios: pesquisa, em sites e entrevistas entre outros, que se constituem a 2ª etapa, denominada pesquisa exploratória.

Dessa forma, no levantamento do(s) problema(s) que se constitui na 3ª etapa, se a questão é a comparação de preços entre vários produtos, por exemplo, os conteúdos trabalhados e necessários para realizar essa comparação, ganham importância e significado para o estudante. Essa forma de encaminhar o trabalho ou as atividades na modelagem apresenta caminhos e encaminhamentos distintos do verificado usualmente, isto é, são os problemas ou as situações-problema que determinam os conteúdos a serem estudados, e isso difere dos encaminhamentos habituais no ensino usual, nos quais o conteúdo estabelecido no programa é que determinam o tipo de problema a ser a ser trabalhado.

Nessa perspectiva adotada, a Modelagem Matemática rompe com a forma usual de se trabalhar o ensino de Matemática na escola. Entretanto, essa forma diferenciada de trabalho pode se constituir em motivo de preocupação entre os professores, já que os conteúdos do programa de ensino de determinada série, poderão nem sempre ser os mesmos levantados pelo(s) grupo(s) como os procedimentos da Modelagem Matemática preconiza. É necessário, muitas vezes, compatibilizar o conteúdo estabelecido para determinada série, que se apresenta, logicamente, ordenado, com a proposta da Modelagem que preconiza o problema como determinante do conteúdo.

Isso sem dúvida se apresenta como um grande desafio a ser enfrentado e superado pelos professores e pela escola, uma vez que, as próprias Diretrizes e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN,1997), em conformidade com a forma de conceber a Modelagem ao tratar do ensino dessa disciplina na Educação Básica, apontam caminhos que desafiam e rompem com a forma usual de se conceber o objeto de estudo, a matemática .Também é verdade que essa ruptura perpassa pela mudança na concepção de educação, de ensino e de aprendizagem.

Dessa forma, a adoção da Modelagem Matemática como uma metodologia para o ensino de Matemática pretende contribuir para que, de forma gradativa, se vá superando o tratamento estanque e compartimentalizado que tem caracterizado o seu ensino, pois, na adoção dessa metodologia, um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer das várias atividades em momentos e situações distintas. A ocasião de um mesmo conteúdo poder ser tratado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorece a compreensão das ideias fundamentais e contribui de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.

A Modelagem enseja, ainda de forma natural e indissociável, o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo ou dos grupos, favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece. Assim, ao trabalhar um tema procura-se conhecer as várias dimensões ou aspectos envolvidos que compõem essa realidade. Por exemplo, ao se trabalhar com o tema a “indústria cerâmica”, procura-se conhecer as várias dimensões que constituem essa realidade, sejam elas políticas, sociais, econômicas e estruturais, dentre outras.

Essas dimensões são levantadas na pesquisa de campo, na etapa que denominamos pesquisa exploratória. A coleta dos dados e informações proporciona elementos à análise qualitativa e favorecem as constatações que, por sua vez, geram necessidade de outras constatações.

Esta etapa da Modelagem se configura como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, ajudando a formar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, tornando-os capazes de realizar uma leitura mais atenta da realidade, atributos importantes na formação de um pesquisador. A ação investigativa, ao traduzir em dados quantitativos algumas observações, pois grande parte dos dados é descritiva, confere nova conotação aos dados numéricos obtidos, possibilitando, ao grupo ou aos grupos, a discussão e o estabelecimento de relações, que contribuam para o desenvolvimento de um pensar lógico e coerente.

4. AÇÕES E INTERAÇÕES NO DESENVOLVIMENTO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM

Para este minicurso, elaboramos uma atividades que nos permite considerar e discutir as ações e interações decorrentes dessa atividade.

Atividade

– Construção de um barracão para criação de frangos de corte

Para exemplo explicitamos a atividade de construção de um telhado.

Esta atividade foi desenvolvida por estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental, orientada por um professor participante do Curso de Modelagem Matemática, sob a supervisão do professor pesquisador foi decorrente do tema, “Construções Rurais”, em que propunha a construção de um barracão para a criação de frangos.

Ação de desenhar, esboçar o telhado favorece vários intercâmbios, ou interações entre os estudantes; Como tratava de um barracão para a produção de frangos de corte precisava-se conhecer: 1) Qual o espaço disponível na propriedade? Qual a quantidade de frangos a serem criados? Essa questão levou a várias discussões e ações. Para maior entendimento consideramos **ação**[1] *o ato ou efeito de agir, tudo o que se faz, ou ainda operação de um agente*.

Essa questão ensejou algumas ações, dentre elas: buscar informações em sites conversas com agricultores, busca de informações em órgãos da prefeitura ou do estado. As interações entre os estudantes se faziam presentes nas trocas de ideias, no intercâmbio de informações que cada um conseguia. Qual o espaço da propriedade destinado à criação de frangos? Ela deve atender algumas normas quando se trata de consórcio com empresas? Todas essas ações ensejaram simultaneamente interações entre os componentes do grupo e interações entre os componentes dos diversos grupos.

Aspectos técnicos: Qual a quantidade de frangos por m^2 é recomendada?

Cada movimento ou atividade para obter um resultado, ou seja, a busca da informação pode ser também considerada como ação. Assim, pesquisar em sites, conversar com agentes dos órgãos seja da prefeitura seja de outros órgãos ou nas empresas especializadas nesse tipo de atividade, incide em ações e como o trabalho é realizado em grupo de três a quatro participantes, favorecem-se as interações o intercâmbio entre os participantes. Esta etapa corresponde na forma concebida da Modelagem Matemática à etapa da pesquisa exploratória. Outras tantas questões levantadas ensejarão numerosas ações e interações múltiplas e complexas entre os estudantes e o professor.

Do ponto de vista da teoria de Vygotsky, essa interação possui um significado especialmente ao se tratar da escola. Ao tratar do assunto Pimentel (1999, p.17), assim se expressa:

> Enquanto lugar privilegiado para transmitir sistemas organizados de conhecimento e para criar condições que propiciem a constituição de modos de funcionamento intelectual, tem um importante papel na constituição de interações que realmente beneficiem o desenvolvimento humano.[sic] .

Também sob o aspecto da interação seja do professor e estudante seja estudante e estudantes merecem considerações. Para Camargo (1999, p.67), ao tratar do assunto expressa que “interação destaca a escola como um espaço excepcional para prover a interação no processo de ensino-aprendizagem”. . É oportuno salientar que sempre que pessoas estão juntas, há interação, que pode ser fraca ou forte, mas ela existe. Esta interação da qual aqui se reporta, na escola é aquela que permite aos sujeitos envolvidos apropriarem-se do conhecimento, mais ainda, construírem conhecimento superar o limite real dos seus conhecimentos pela interação com o grupo.

---

[1] Dicionário Pliberam da Lingua Portuguesa. Disponível em: http://www.priberam.pt/dlpo/, acessado em janeiro de 2013.

Após algumas discussões em relação à quantidade de frangos por metro quadrado , entre os membros participantes chegou-se, ao número apontado pelos sites que tratam sobre o assunto, em 10 – 15 aves por m^2.

Para a definição de um espaço na propriedade foi utilizada a propriedade de um dos estudantes com 6 (seis) hectares. O espaço reservado à criação foi estimado em um terreno de forma irregular medindo aproximadamente 8 m de largura em uma extremidade e 5m em outra, profundidade de 20 m em uma e 16m em outra extremidade.

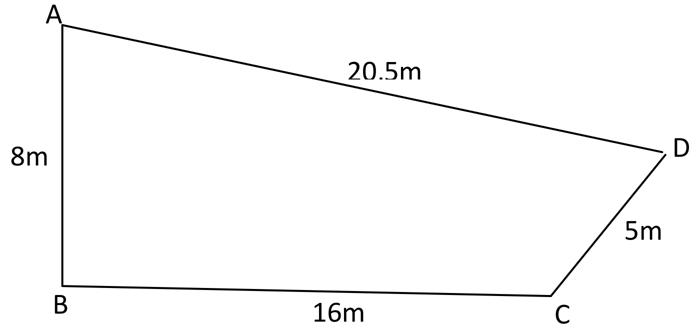

Figura 3

Definido a quantidade de frangos a ser criada e o local disponível, essas atividades foram comuns para todos os grupos.

A forma do terreno ensejou discussões sobre qual a área do terreno e qual o percentual do espaço do terreno seria ocupado para a construção do galpão. Algumas questões surgiram provenientes das discussões entre os grupos: Como calcular a área de uma figura irregular? Será que as propriedades das figuras regulares se mantêm nas figuras irregulares? Quais se mantêm, quais são alteradas? Essas discussões ensejaram outras ações: buscar conhecer as propriedades das figuras regulares; em relação ao comprimento dos lados, em relação à medida dos ângulos internos, entre outras. No cálculo da área da superfície foi muito interessante, pois em conversa com alguns agricultores que tinham uma questão similar a dos estudantes eles, transformavam a figura em um retângulo em que as medidas do comprimento e largura eram as médias aritméticas das medidas dos lados opostos.

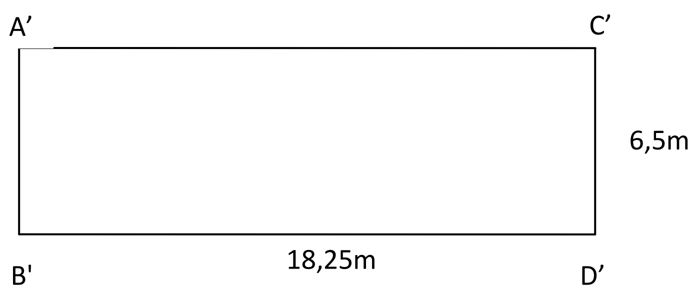

Figura 4

Para o professor, caso sinta necessidade de fazê-lo pode retomar de início a ideia empírica de completude do plano para o preenchimento de superfícies, por exemplo, 2cm x 3cm, 2cmx5cm e 3cm x 4cm. Esse trabalho vai resultar em algumas etapas até a compreensão de que a área da superfície de um quadrado é dada pela expressão geral a número de quadros para preencher o lado *a* multiplicado pelo número de quadrados para preencher o lado *b* . No entanto, se o trabalho for realizado em turmas nas quais os seus estudantes já conhecem a expressão da área de um retângulo, basta utilizá-las, buscando firmar o conceito. Muitas vezes, o trabalho da Modelagem parte da forma empírica para a formal. Posteriormente parte-se para o cálculo da superfície do retângulo construído A'B'C'D'.

Assim, o cálculo da área da superfície em questão S= *a.b* em que *a* = 18,25m e *b* = 6,5m é S = 18,25m x 6,5m = 118,625 m^2. (I)

A segunda hipótese saiu da discussão de que poderia haver diferença entre as áreas da superfície calculadas dessa forma e a área "real". Novas ações no propósito de buscar o resultado favoreceram várias formas de interação entre os grupos, sempre nesse caso, as interações consideradas com objetivo de aprendizagem.

Assim, uma segunda hipótese discutida e aprovada foi tentar "dividir" a figura irregular em formas regulares conhecidas que já tinham fórmula para o cálculo da área da superfície.

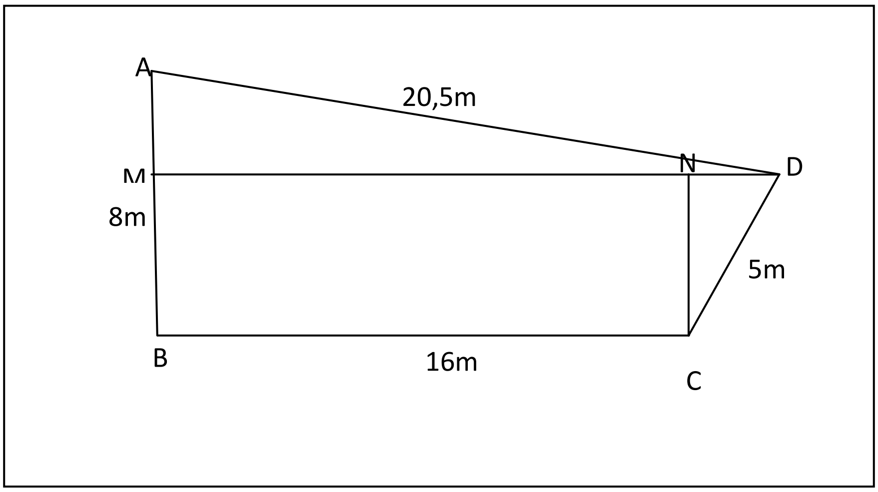

Figura 5

Assim, a figura ficou decomposta em três figuras: triângulo retângulo AMD, retângulo MBCN e triângulo CND, retângulo, por construção. É importante realizar essas construções em papel milimetrado, pois podem ser necessários medidas de ângulos e comprimentos, com alguma precisão. Assim a área da superfície da figura ABCD seria igual a soma das áreas das superfícies:

$$S_{ABCD} = S_{AMD} + S_{MBCN} + S_{CND} \quad (1)$$

As discussões passaram a ter como alvo as medidas dos segmentos: AM, MB = CN e MD.

O que se conhece: AB = 8m CD = 5m e MN e BC = 16m .

Com um transferidor tomamos a medida dos ângulos: ângulo DAB aproximadamente 78º, ângulo BCD = 127º e CDA = 65º. Embora, estejamos apenas descrevendo os resultados muitas ações e trocas de ideias entre os participantes foram realizadas. Foi possível observar a importância do trabalho em grupo em que alguns estudantes tinham vaga lembrança sobre a própria utilização do transferidor. Dentre as ações realizadas destacamos a busca de um transferidor na internet[2], uma vez que, a grande maioria não dispunha, no momento do instrumento.

Os modelos de transferidor e uma orientação de como medir ângulos, possibilitou a determinação dos ângulos da figura ABCD.

Com a medida dos ângulos teve início os procedimentos para o cálculo da área da superfície do triângulo retângulo AMD. A maioria dos estudantes lembravam da expressão matemática para o cálculo da área de um triângulo. Cabe ao professor buscar saber de seus estudantes, caso persista alguma dúvida não hesite em retomar de forma simples, a partir de um retângulo ou outra figura para se chegar a expressão da área de um triângulo que, de modo geral pode ser dada pela expressão: S = a.b (2) em que a = base do triângulo e b= a sua altura.

Os elementos dados explicitamente na construção da figura foram ao medida do lado AD, o ângulo a = 78º e o ângulo m = 90º. Para o cálculo da área do triângulo os estudantes precisavam da medida de MD e AM. Como calcular a medida desses segmentos quando de conhecem os ângulos, adjacente ou oposto a ele? Muitas discussões sobre a questão surgiram, mas chamou particularmente a atenção à falta de ideia sobre o assunto. Então, foi necessário fazer uma retomada das relações trigonométricas nos triângulos retângulos, que para alguns poucos serviu como recordação e, para outros muitos como conhecimento novo.

Essa necessidade de retomar o assunto pode servir o que na teoria da Aprendizagem Significativa denomina-se organizadores prévios. Na perspectiva das proposições ausubelianas, segundo Burak e Aragão (2012, p.44), o processo de ensino consiste, fundamentalmente, em influenciar a estrutura cognitiva pela organização do conteúdo e o arranjo de experiências cognitivas anteriores do aluno, numa determinada área do conhecimento, de forma tal que a aprendizagem e a retenção subsequentes sejam facilitadas.

Assim sendo, a principal estratégia para essa manipulação deliberada da organização cognitiva do aluno, daquilo que ele já conhece de forma a aumentar a facilitação proativa ou minimizar a inibição proativa, faz uso de material introdutório, inclusivo e apropriadamente relevante – material organizador – que seja decididamente claro e estável. Aragão (1976, p. 43), ressalta que:

> Tais organizadores são geralmente introduzidos antes do material a ser aprendido e são apresentados em um nível mais elevado de abstração, apresentando, pois, possibilidade de generalização e de inclusão. Contudo, esse tipo de organização deve ser introduzido sempre que considerado necessário para atuar com facilitadores da aprendizagem desejável.

A introdução das ideias organizadoras prévias para facilitar a aprendizagem é feita de acordo com as seguintes premissas definidas pelo propositor:

> 1.Novo material significativo é incorporado à estrutura cognitiva do aluno por processo de aprendizagem na medida em que é subsumido por conceitos relevantes existentes nesta estrutura, em virtude da diferenciação progressiva do conhecimento internalizado. 2. A disponibilidade de subsunçores na estrutura cognitiva do estudante, que possam ser apropriados à relação de aprendizagem de determinado material aumenta a possibilidade de incorporação deste material, isto é, de aquisição de conhecimento. 3. A disponibilidade de subsunçores na interação com conhecimentos novos aumenta a retenção pelo restrição da subsunção obliterativa, quer dizer, da inclusão que gera perda cognitiva, uma vez que o "esquecimento significativo" reflete um processo de redução na memória, no qual a individualidade do novo material é assimilada pelo significado mais inclusivo do seu subsunçor, isto é, das ideias que lhe forneceram ancoragem para serem incluídas.

Nesses termos, o uso de organizadores é recomendado por Ausubel (1968), tendo em vista o seguinte;

> a) A importância de ter-se ideias relevantes e apropriadas já disponíveis na estrutura cognitiva para tornar realmente significativas as ideias apresentadas aos alunos, fornecendo-lhes ancoragem e, consequentemente, estabilidade; b) As vantagens de usar-se ideias gerais de

[2]http://www.google.com.br/#hl=ptBR&q=transferidor+virtual&revid=1815404117&sa=X&ei=8HAnUeCXHoTs9ATaz4GIBw&ved=0CIgBENUCKAA&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.r_qf.&fp=635bba9a20194d60&biw=1013&bih=639, acessado em setembro de 2009.

> uma disciplina como subsunçores, pela especificidade de sua relevância, sua maior estabilidade, poder explicativo e capacidade integrativa; c) A identificação do conteúdo relevante existente na estrutura cognitiva que os próprios organizadores possibilitam e a indicação tanto da relevância deste conteúdo estabelecido como de sua própria relevância para a aprendizagem do material apresentado para ser aprendido.

A função do *organizador* é fornecer auxílio ideacional para a incorporação e a retenção de ideias mais detalhadas e, com isso, mais diferenciadas, a serem aprendidas, bem como aumentar a possibilidade de discriminação de ideias similares na estrutura cognitiva (ARAGÃO,1976, p. 44).

Voltando à questão do triângulo se conhece o ângulo e o maior dos lados que denomina-se hipotenusa, precisamos conhecer a medida do segmento MD e de AM, altura do triângulo.

Assim,

$$\mathrm{sen}78 = \frac{\mathrm{MD}}{\mathrm{AD}} \therefore 0{,}978 = \frac{\mathrm{MD}}{20{,}5} \therefore \mathrm{MD} = 0{,}978 \text{ x } 20{,}5 \cong 20$$

Ou seja, MD = 20 m

O cálculo de AM pode ser feito utilizando o teorema de Pitágoras

$AD^2 = AM^2 + MD^2$, substituindo os valores temos:

$$(20{,}5)^2 = AM^2 + (20)^2$$

$$(AM)^2 = (20{,}5)^2 - (20)^2$$

$$(AM)^2 = 420{,}25 - 400$$

$$AM = \sqrt{20{,}25}$$

$$AM = 4{,}5$$

Conhecidas a base e a altura, podemos utilizar a expressão para o cálculo da área da superfície do triângulo:

$$S = MD = \frac{a.b}{2} \quad temos\ que \begin{cases} a = 20m \\ AM = b = 4{,}5m \end{cases}$$

$$MD = \frac{a.b}{2} = \frac{20 \text{ x } 4{,}5}{2} = 45m^2 \ (2)$$

O Cálculo da área da superfície do retângulo MBCN.

São conhecidas as medidas de $m(MB) = 3{,}5 \ e \ m(MB) = 16m$

$$S = MB.BC, então\ S = 3{,}5 \text{ x } 16 \ temos\ que$$

$$S = 56m^2$$

Para o cálculo do triângulo NCD temos que: $m(ND) = 4{,}5m \ e \ m(NC) = 3{,}5m$

$$S_{NCD} = \frac{NC \text{ x } ND}{2} = \frac{3{,}5 \text{ x } 4{,}5}{2} = 7{,}87 \ m^2 \ (4)$$

Assim, adicionando as áreas temos que : $S_{ABCD} = 45m^2 + 56m^2 + 7{,}87\ m^2 = 108{,}87\ m^2$ (II)

A comparação entre os dois resultados ensejou um grande contenda, pois alguns consideravam que mesmo sendo uma diferença de aproximadamente 10m^2 em circunstâncias de não haver outros meios gira em torno de 10% e que consideravam razoáveis. Já outros consideravam que em 10 m^2 era possível colocar pelo menos 100 frangos e que isso não era pouco. Essas discussões em âmbito escolar nas atividades de Modelagem Matemática constituem uma concepção de Modelagem na perspectiva da Educação Matemática que se está preocupada com o ensino e aprendizagem, mais do que com a aplicação da Matemática.

Para Vygotsky em Camargo (1999, p. 67), "o homem se torna sujeito da história, ou seja, como parte do grupo social ao qual pertence, na medida em que participa ativamente dele: negociando significado e sentidos atribuídos aos fatos, objetos e pessoas com as quais convive...[...]".

Em complemento a essa ideia de Vygotsky, a argumentação de Oliveira (1993, p.99) que, também encontra-se em Camargo (1999) é importante no argumento de que " a mediação social é fundamental para o desenvolvimento das formas de atividade de cada grupo cultural; o indivíduo, internaliza os elementos de sua cultura construindo o universo intrapsicológico a partir do mundo externo". Para a autora, p. 68, neste embricamento de relações em que coincidem diferenças e semelhanças, o indivíduo vive situações coletivas, interpsiquicamente. Explicita que as situações são apropriadas e internalizadas, vividas em nível intrapsiquico. A este processo de internalização da realidade externa, desencadeia-se o desenvolvimento de funções psíquicas elementares transformando-as em funções psíquicas superiores. Para melhor entendimento Vygotsky (1991), expressa que as funções psíquicas elementares têm base biológica e estão relacionadas entre outras, às capacidades tais como: percepção,atenção e memória. Ao tornarem-se superiores, por intervenção do grupo assumem um caráter social e o sujeito pode utilizá-las no coletivo. Para uma melhor compreensão acerca dessa dinâmica entre relações sociais e aprendizagem e consequentemente desenvolvimento humano, Vygotsky (1989a), propõe o conceito de zona de desenvolvimento proximal, que é entendido como a distância entre o nível de desenvolvimento real do indivíduo e o nível de desenvolvimento potencial. O nível de desenvolvimento real pode ser avaliado tendo como base o que o sujeito pode desenvolver de forma independente, e o nível potencial é a partir do que consegue realizar com ajuda do professor de um colega.

No trabalho envolvendo a modelagem que trabalha em pequenos grupos de 3 a 4 participantes, mostra que os níveis diferenciados de desenvolvimento cognitivos permitem segundo Camargo (1999, p.69) " intercâmbios mais ricos e interessantes permitindo trocas de conhecimentos e habilidades na apreensão do mundo e na resolução de problemas diversos". O estudo em relação à construção do barracão envolveu os estudantes em muitas discussões interativas e propiciou aspectos interessantes em relação ao que na teoria de Vygotsky, denominamos Zona de Desenvolvimento Proximal- ZDP.

A construção do telhado do barracão também propiciou numerosas ações e intercâmbios, intra e intergrupos. Para a confecção do telhado do barracão precisavam-se conhecer alguns dados técnicos que ensejaram a busca em sites, conversas com engenheiros agrônomos e produtores rurais. Entre as questões que precisam conhecer se destacavam: a altura do pé direito, a medida da largura do beiral, o tipo de telha e o material para a confecção das tesouras.

As pesquisas em sites sobre esse tipo de construção apontaram, por exemplo, que embora mais oneroso o telhado com telhas cerâmicas foi o que melhor apresentou resultado térmico que as telhas de cimento amianto. As discussões sobre a viabilidade de um ou outro tipo de telha sem dúvida levaram os estudantes às discussões tendo que considerar situações que envolviam aspectos técnicos e financeiros. As interações e os intercâmbios de ideias, discussões entre os estudantes e muitas das vezes, professor e estudantes envolvem o nascimento de muitas hipóteses. Assim os estudantes podem ter a oportunidade de realizar o orçamento do telhado considerando as telhas de cimento amianto que sai mais em conta, pois a estrutura é mais leve, mas com prejuízos térmicos, enquanto que o telhado com telhas cerâmicas é mais caro, pois necessita de uma estrutura mais reforçada, no entanto, há um ganho no aspecto térmico conforme resultados de pesquisas dos sites consultados.

Outras discussões que se fizeram presentes no trabalho foram em relação à altura do pé direito que é a altura do chão até o teto. A pesquisa mostrou que a altura ideal está entre 3,20m e 3,5 m. Outro detalhe pesquisado foi a medida da largura do beiral em que as pesquisas mostraram ser entre 1,00m e 1,20m.

Definido o tipo de telha a ser utilizada, outra questão foi levantada. Qual a inclinação recomendada para cada tipo de telhado? Novamente as consultas e discussões entre os participantes do grupo ensejaram muitas ações, e interações com vistas a conhecer sobre o assunto. As pesquisas realizadas mostram que a inclinação recomendada situa-se entre 28º e 32º.

A partir das definições tomadas, a atividade tem seguimento com a confecção de um modelo de tesoura[3]. O cálculo da quantidade e dimensionamento da madeira necessária para a construção das tesouras, o cálculo da quantidade de telhas cerâmicas e o custo da mão do material e da mão de obra.

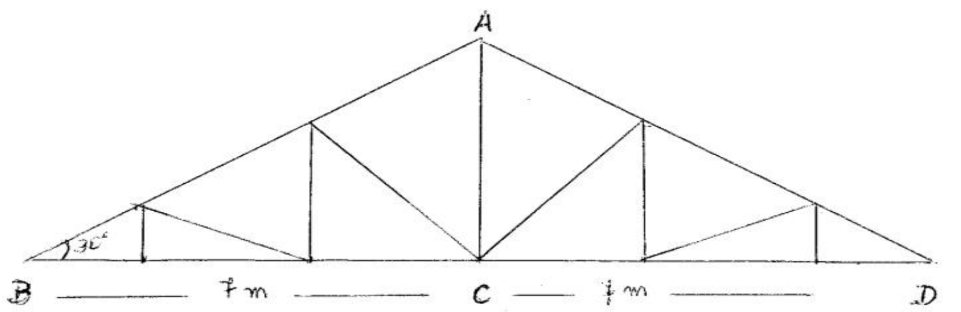

Figura 6

Em termos de conteúdos matemáticos a construção do modelo da tesoura pode ensejar o trabalho com vários conteúdos, como descritos a seguir: Geometria: Formas de figuras: triângulos, quadriláteros, propriedades, paralelas cortadas por uma transversal, cálculo dos ângulos internos e externos dessas figuras estudadas, triângulos semelhantes, razões trigonométricas e cálculo de área. Pode-se dependendo da turma realizar um estudo da tesoura envolvendo a geometria analítica no plano: equação da distância entre dois pontos, equação da reta, ângulo entre duas retas, cálculo da área de um triângulo, de um quadrilátero, coeficiente angular, estudo de determinantes, entre outros.

5. CONSIDERAÇÕES

As atividades de Modelagem Matemática quando trabalhadas na perspectiva do ensino e da aprendizagem, favorecem as numerosas ações e interações que sob o ponto de vista das teorias de aprendizagem da linha cognitivista constitui a vanguarda dos nossos tempos. Outro ponto a ser considerado é a complementação entre as teorias de Vygotsky e Ausubel na perspectiva adotada de Modelagem Matemática, capazes de expressar a manifestação das funções psíquicas elementares e a formação gradativa das capacidades de atenção, percepção e memória que tornam-se essas funções psíquicas superiores pela intervenção do grupo ou dos grupos e a atuação do sujeito no coletivo.

[3] http://www.youtube.com/watch?v=7_ZninJZTLI, acessado em 2009.
http://www.google.com.br/search?q=tipos+de+tesoura+para+telhado&hl=ptBR&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=xKQoUfP5I4PA9gTg-ICAAw&ved=0CEUQsAQ&biw=1013&bih=639, acessado em 2009.

6 REFERÊNCIAS

ARAGÃO, R. M. R.. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel**: sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.

AUSUBEL, D. P.. **Educational psychology: a cognitive view**. Nova Iork: Holt, Hinehart and Winston, 1968.

BALDINO, R. R.. Ensino de Matemática ou Educação Matemática: **temas e debates**. SBEM. Ano IV, n. 3 p. 51-60, 1991.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionai***s:* (1º e 2º ciclos do ensino fundamental) v.3 Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, D.. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1992.

________. **A modelagem matemática e a sala de aula**. In: **– I EPMEM** – Anais I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004, Londrina, PR, 2004.

BURAK,D.; ARAGÃO, R. M.de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa.** Curitiba: Editora CRV, 2012.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E.. **Educação Matemática:** contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, p. 93-106, jul-dez, 2008.

CAMARGO, J.S. . **Interação Professor Aluno:** a escola como espaço interativo. In: MARTINS,J.B ; PIMENTEL, A.; MAINARDES,J. CAMARGO,J.S. (orgs.) **Na perspectiva de Vygotsky.** São Paulo: Quebra Nozes/Londrina, 1999..

D´AMBRÓSIO, U.. Pesquisa qualitativa em educação Matemática. In: BORBA, M.de C.e ARAUJO, J.L org. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 9-21

D´AMBRÓSIO et al.. Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, nº27, Set/Out/Nov/Dez.2004, p.70-73.

FREIRE.P**. Pedagogia da Indignação:** cartas pedagógicas e outros escritos/Paluo Freire.São Paulo: Editora UNESP, 2000.

MORIN, E.. **Sete saberes necessários à Educação do Futuro**. São Paulo: Cortez, 2006.

OLIVEIRA, M. K**.. Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione,1993.

PETRAGLIA, I. C.. Edgar Morin: **a educação e a complexidade do ser e do saber.** 9. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

PIMENTEL, A.. **Intersubjetividade e Aprendizagem Escolar**. In: MARTINS, J.B ; PIMENTEL, A.; MAINARDES, J.; CAMARGO, J.S. (orgs.) **Na perspectiva de Vygotsky.** São Paulo: Quebra Nozes/Londrina, 1999..

RIUS, E. B.. **Educación Matemática:** Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. Educación Matemática, México: **Iberoamérica**, v.1, nº 2, p. 28-42, Agosto de 1989a.

RIUS, E. B.. **Educación Matemática**: Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. Educación Matemática, México: **Iberoamérica** v.1, nº 3, p. 30 - 36, Deciembre de 1989b.

SANTOS, B. V. de. S.. **Um discurso sobre as ciências**. 4. ed. São Paulo. Cortez, 2006.

VYGOTSKY, L.S..**A formação social da mente**. 3.ed. São Paulo: Fontes, 1989a.

________ . **Pensamento e linguagem**. 2.ed. São Paulo: Fontes, 1989b.

_________. **Obras escogidas**. Madri: Visor, 1991, tomo1.