

MODELAGEM MATEMÁTICA E A SALA DE AULA

Dionísio Burak

Professor do Departamento de Matemática da UNICENTRO- Guarapuava- PR.

Professor do Mestrado em Educação da UEPG – Ponta Grossa – PR

E-mail: dioburak@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho apresenta os múltiplos aspectos favorecidos pela Modelagem Matemática como alternativa metodológica para o ensino de Matemática, principalmente na Educação Básica. Mostra, na concepção do autor, os encaminhamentos metodológicos e estabelece algumas etapas para o trabalho com a modelagem em sala de aula. Apresenta alguns exemplos de problemas e construção e discussão de modelos matemáticos, desenvolvidos em sala de aula para a Educação Básica.

Palavras-chave: Modelagem Matemática Metodologia Alternativa, Ensino e Aprendizagem

A Modelagem Matemática na Educação Brasileira.

A Modelagem Matemática no Brasil começou a ser trabalhada, na década de 80 na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – com um grupo de professores, em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi- IMECC. Em princípio, os estudos envolviam modelos de crescimento cancerígenos. Também foi realizada uma experiência com a Modelagem, pelo professor Rodney, com turma regular de Engenharia de Alimentos, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, que possuía programa definido. A experiência foi muito satisfatória.

Na educação brasileira a Modelagem Matemática teve início com os cursos de especialização para professores, em 1983, na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Guarapuava - FAFIG, hoje Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO.

Com o início do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática pela UNESP – Campus de Rio Claro, a Modelagem angariou adeptos, pois a grande preocupação sentida consistia em encontrar formas alternativas para o ensino de Matemática que trabalhassem ou que tivessem a preocupação de partir de situações vivenciadas pelo aluno do ensino de

1º e 2º graus, atualmente ensino Fundamental e Médio.

Os primeiros trabalhos enfocando a Modelagem como uma alternativa para o Ensino de Matemática, começaram a ser elaborados sob forma de dissertações e artigos, a partir de 1987.

A Modelagem encontrou várias formas de ser trabalhada em sala de aula, e essas formas diferentes de se conceber a Modelagem Matemática refletem as experiências vividas pelos seus seguidores que, por sua vez dão características e percepções diferentes na aplicação da Modelagem.

Neste trabalho expresso minha concepção sobre o trabalho com a Modelagem Matemática, principalmente na Educação Básica, onde atuei por mais de 30 anos.

A Modelagem Matemática em Sala de Aula.

Na concepção adotada, enquanto alternativa metodológica para o Ensino de Matemática, o trabalho com a Modelagem origina-se do seguinte princípio – O INTERESSE DO GRUPO OU DOS GRUPOS. A ênfase no interesse, entendido de forma ampla, como ponto de partida para o desenvolvimento de qualquer atividade humana, neste caso, particularmente, permitiu que a Modelagem Matemática encontrasse na Psicologia argumentos que o consolidam como princípio sustentador dos procedimentos metodológicos adotados.

Na forma usual, o processo de ensino é deflagrado pelo professor. Na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto. Daí decorrem aspectos importantes a serem destacados:

- Maior interesse do(s) grupo(s).

O fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor, desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos.

- Interação maior no processo de ensino e de aprendizagem.

Para a aprendizagem, o procedimento gerado a partir do interesse do grupo ou dos grupos, parece resultar em ganho, pois o grupo ou os grupos de alunos trabalham com aquilo que gostam, aquilo que para eles apresenta significado, por isso tornam-se co-responsáveis pela aprendizagem.

- Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e, em consequência, a adoção de uma nova postura do professor.

A educação usual tem privilegiado, na maior parte das vezes, que o processo de ensino seja deflagrado pelo professor. Na Modelagem Matemática o fato de compartilhar o processo de ensino com o grupo ou grupos faz a diferença, constitui-se em uma mudança de postura por parte do professor: essa atitude favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre os alunos e professor e alunos.

Desenvolvimento do trabalho com a Modelagem.

Para fins de encaminhamentos do trabalho na sala de aula, a Modelagem Matemática é desenvolvida em cinco etapas:

- escolha do tema;
- pesquisa exploratória;
- levantamento dos problemas;
- resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- análise crítica da(s) solução(es)

O trabalho com a Modelagem Matemática parte de temas, propostos pelo grupo, ou por grupos constituídos por 3 ou 4 participantes. Nessa perspectiva, o ensino de Matemática torna-se dinâmico, mais vivo e, em consequência, mais significativo para o aluno e para o grupo. Contribui para tornar mais intensa, mais eficiente e mais eficaz a construção do conhecimento por parte de cada aluno participante do grupo, do próprio grupo ou dos grupos, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que cada aluno ou o grupo já possui sobre o assunto. Isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações.

Há, ainda, a possibilidade de uma dinâmica maior no ensino, pela ação e o envolvimento do próprio grupo na perspectiva da busca e da construção do conhecimento e para a socialização desse conhecimento dentro do grupo, posteriormente aos demais grupos.

Nessa forma de encaminhamento concebida pela Modelagem Matemática enquanto estratégia para o ensino de Matemática na Educação Básica, o papel do professor fica redefinido, pois ele passa a se constituir no mediador entre o conhecimento matemático

elaborado e o conhecimento do aluno ou do grupo. Isso se diferencia do ensino usual em que, na maioria das vezes, o professor é o centro do processo.

Na Modelagem, o conteúdo matemático a ser trabalhado é determinado pelos problemas levantados em decorrência da pesquisa de campo, que se constitui na 2ª etapa, denominada pesquisa exploratória. Dessa forma, a comparação de preços entre vários produtos, por exemplo, os conteúdos trabalhados para realizar essa comparação ganham importância e significado. No ensino usual ocorre o contrário, o conteúdo estabelecido no programa é que determina o tipo de problema a ser trabalhado.

Nessa perspectiva adotada, a Modelagem Matemática rompe com a forma usual de se trabalhar o ensino de Matemática na escola. Entretanto, essa forma diferenciada de trabalho pode se constituir em motivo de preocupação entre os professores, já que muitas vezes é necessário compatibilizar o conteúdo estabelecido para determinada série, que se apresenta logicamente ordenado, com o proposta da Modelagem que preconiza o problema como determinante do conteúdo. Isso sem dúvida se apresenta como um grande desafio a ser enfrentado e superado, uma vez que as Diretrizes Curriculares Nacionais, ao tratar do ensino dessa disciplina na Educação Básica, apontam caminhos que desafiam e rompem com a forma usual de se conceber o objeto de estudo, a Matemática. Também é verdade que essa ruptura perpassa pela mudança na concepção de educação, de ensino e de aprendizagem.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental instituídas pela resolução 98/CNE, que organizam as áreas do conhecimento, apontam de que forma o aprendizado de Ciências e Matemática, iniciadas no Ensino Fundamental, devem encontrar complementação e aprofundamento no Ensino Médio, além de acenar para o ensino interdisciplinar do aprendizado científico.

Dessa forma, a adoção da Modelagem Matemática, como uma alternativa Metodológica para o ensino de Matemática, pretende contribuir para que gradativamente se vá superando o tratamento estanque e compartimentalizado que tem caracterizado o seu ensino, pois, na aplicação dessa metodologia, um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do conjunto das atividades em momentos e situações distintas. A oportunidade de um mesmo conteúdo poder ser abordado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo significativamente a compreensão das idéias

fundamentais, pode contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.

A Modelagem enseja, ainda de forma natural e indissociável, o ensino e a pesquisa, pois ao trabalhar com temas diversos, de livre escolha do grupo ou dos grupos, favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade. Não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece. Assim, ao trabalhar um tema, procura-se conhecer as várias dimensões ou aspectos envolvidos que compõem essa realidade. Por exemplo, ao se trabalhar com o tema a “ indústria cerâmica”, procura-se conhecer as várias dimensões que constituem essa realidade, sejam elas políticas, sociais, econômicas, estruturais dentre outras.

Essas dimensões são levantadas na pesquisa de campo, na etapa que denominamos pesquisa exploratória. A coleta dos dados e a obtenção de informações oferece elementos à análise qualitativa e favorece as constatações que, por sua vez, geram necessidade de outras constatações.

Essa etapa, se constitui na 3ª etapa, da Modelagem e se configura como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, ajudando a formar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, tornando os alunos capazes de realizar uma leitura mais atenta da realidade, atributos importantes na formação de um pesquisador. A ação investigativa, ao traduzir, em dados quantitativos, algumas observações, pois grande parte dos dados são descritivos, confere nova conotação aos dados numéricos obtidos, possibilitando ,ao grupo ou aos grupos, a discussão e o estabelecimento de relações que contribuem para o desenvolvimento de um pensar lógico e coerente.

Na Modelagem Matemática os problemas apresentam características distintas dos problemas apresentados na maioria dos livros textos, pois são consequência da coleta dos dados, de natureza qualitativa ou quantitativa, provenientes da pesquisa exploratória:

- São elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa de campo;
- Possuem, geralmente caráter genérico;
- Estimulam a busca e a organização dos dados;
- Favorecem à compreensão de uma determinadas situação.

Um exemplo de problema levantado pelo grupo de um curso de Modelagem consistia em calcular o custo de transporte do barro até o local onde se fabricavam telhas e

tijolos. Esse problema ensejou a discussão e o levantamento de vários aspectos:

- Qual a distância do local onde se encontra o barro até onde são fabricadas as telhas e tijolos.
- Qual (is) o(s) meio(s) de transporte possíveis de serem usados?

Essa questão pode ensejar o levantamento de várias hipóteses, tais como: caminhão, carroça, vagonete, sistema mecânico e outros. A análise de cada uma das hipóteses levantadas pode ensejar outras hipóteses. Tomemos, a título de exemplo, a hipótese de que o transporte seja feito por caminhão. Naturalmente surgem novas questões. Qual a capacidade do caminhão? Qual a necessidade da indústria? Qual o combustível utilizado? Qual o consumo de combustível do caminhão: Quando carregado?. Quando vazio? Qual o tempo gasto na locomoção? No carregamento?

Percebe-se que a cada hipótese colocada, novas questões e oportunidades de discussões surgem em relação à situação colocada.

Na Modelagem Matemática a resolução de problema se constitui em uma das etapas do processo e o problema ou os problemas levantados, elaborados, determinarão os conteúdos a serem trabalhados. Essa etapa se constitui na 4ª etapa do processo. Os problemas elaborados, com base nos dados coletados, determinarão os conteúdos a serem trabalhados. Dessa forma, ganha sentido e significado cada conteúdo matemático usado na busca da solução do problema ou dos problemas. Ainda, no contexto do tema escolhido, podem ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos provenientes dos dados coletados e a partir das hipóteses levantadas pelo professor ou pelos grupos.

Na Modelagem Matemática esse momento é fundamentalmente rico, pois favorece o trabalho com os conteúdos matemáticos que assim ganham significado. É nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático.

Na Modelagem a idéia de modelo fica ampliada, constituindo-se como uma representação. Assim, uma tabela de supermercado pode se constituir em um modelo, pois permite uma tomada de decisão como também a planta baixa de uma casa permite, também, a tomada de uma decisão.

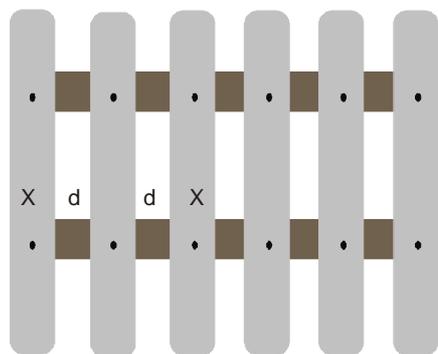
Um exemplo de construção de modelo Matemático.

Esse exemplo de construção de modelo deu-se de duas formas: inicialmente foi

trabalhado um modelo da situação, isto é, trabalhado de uma forma empírica com a situação, pois tratava-se de um trabalho com alunos de 4ª série:

- foi feito o desenho, em escala, de parte do comprimento da cerca, mais precisamente 1m;
- nesse 1m, foram sendo colocadas as ripas, de 10 cm de largura;
- a largura do intervalo, foi igual a largura da ripa.
- Contaram-se as ripas necessárias para cobrir 1m do perímetro;
- estabeleceu-se uma regra de três, para determinar o número de ripas.

Num segundo momento, foi construído com os professores um modelo genérico onde: x é a largura de cada ripa, d é a distância entre duas ripas consecutivas, ou distância do intervalo. Passamos então, ao processo de construção do modelo.



N de ripas	Nº de intervalos.
1	0
2	1
3	2
4	3
.	.
.	.
n	n - 1

Para estabelecer o comprimento qualquer da cerca, precisamos saber:

Comprimento = número ripas x largura de cada ripa + número de intervalos x a distância entre os intervalos. Assim para o cálculo de um comprimento qualquer C , temos:

$$C = nx + d(n - 1)$$

$$C = nx + dn - d$$

$$C = n(x + d) - d.$$

Modelo Matemático onde, $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

Podem-se levantar novas hipóteses com relação à situação que envolverá a elaboração de novos modelos. Como fica o modelo quando a largura da ripa for igual à largura do intervalo?

A validação do modelo permite seu uso para outras situações análogas.

Outros exemplos de construção de modelos matemáticos poderiam se dar a partir de várias situações vividas no desenvolvimento de um tema.

O exemplo a seguir se deu a partir de uma estudo de embalagens que continham 2, 4, 8, 16 e 64 rolos de papel. Após o desenvolvimento de atividades referentes aos múltiplos de um número surgiu, por parte de um dos participantes, a seguinte questão: Como fazer para se conhecer a soma de alguns múltiplos de um número. Tomaram-se os primeiros quatro ou cinco múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10 e os grupos começaram a realizar a soma dos dois primeiros, dos três primeiros, quatro e cinco primeiros múltiplos de 2.

$$S_1 = 2 + 4 = 6$$

$$S_2 = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$S_3 = 2 + 4 + 6 + 8 = 20.$$

$$S_4 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30.$$

O Professor pode lançar um desafio para os seus alunos: Existe uma forma mais rápida para se calcular, por exemplo, a soma dos 10, ou 20 primeiros múltiplos de 2? Será que podemos construir uma fórmula matemática que permita o cálculo solicitado? Essas questões podem desafiar e motivar os alunos na busca dessa relação.

Tomamos os n primeiros múltiplos de 2.

$$2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots, 2n.$$

A soma desses múltiplos.

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + \dots + 2n.$$

Essa soma pode ser escrita da seguinte forma:

$$S_{m_2} = 1.2 + 2.2 + 3.2 + 4.2 + 5.2 + 6.2 + 7.2 + 8.2 + \dots + n.2$$

Colocando o 2 em evidência, tem-se:

$$Sm_2 = 2 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + \dots + n) \quad (1)$$

A soma dos termos entre parênteses pode ser mostrada como a seguir.

$S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n - 1 + n$. Tomando -se a mesma soma com os termos invertidos

$S = n + n-1 + n-2 + n-3 + \dots + 2 + 1$. Adicionando membro a membro

$2S = (n+1) + (n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1)$. Existem n termos iguais a $(n + 1)$.

$$2S = n (n + 1) \text{ ou}$$

$$S = \frac{n(n+1)}{2} \quad (2).$$

Substituindo o termo entre parênteses na expressão (1), por seu valor dado em (2) tem-se:

$$Sm_2 = \frac{2(n+1)n}{2}, \text{ simplificando}$$

$$Sm_2 = n(n+1)$$

Modelo matemático para o

cálculo da soma dos n primeiros múltiplos de 2.

Pode-se validar o modelo, voltando-se para o mundo real.

Exemplos:

Calcular a soma do primeiro múltiplo de múltiplo de 2, isto é, $n = 1$.

$$Sm_2 = 1(1 + 1) = 2.$$

Calcular a soma do dos dois primeiros múltiplos de 2

Para $n = 2$

$$Sm_2 = 2(2 + 1) = 2 \cdot 3 = 6$$

Para $n = 3$

$$Sm_2 = 3 (3 + 1) = 3 \cdot 4 = 12$$

Poderíamos criar outros modelos para os outros múltiplos de 4 , 5 8, 10 e assim por diante.

Construir um modelo para o cálculo da soma dos n primeiros múltiplos de 4.

4, 8, 12, 16, 20, 24,4n.

A soma pode ser escrita da seguinte forma:

$S m_4 = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + \dots + n \cdot 4$. Colocando-se o 4 em evidência,

tem-se:

$$Sm_4 = 4 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + n)$$

A soma dos termos entre parênteses pode ser comparada com a expressão dada em 2, substituindo-se por seu valor tem-se:

$$Sm_4 = \frac{4n(n+1)}{2}, \text{ simplificando, tem-se:}$$

$$\boxed{Sm_4 = 2n(n+1)} \quad \text{Modelo matemático que permite a soma dos } n \text{ primeiros múltiplos de } 4$$

Os alunos podem validá-lo e realizar várias atividades de aplicação. Outros desafios podem ser colocadas aos alunos, de modo a estimulá-los a pensar, levantar novas hipóteses e testá-las.

Nessa perspectiva, a Modelagem, como uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática na Educação Básica vem ao encontro das expectativas dos estudantes, pois procura favorecer a interação com o seu meio ambiente, uma vez que tem o ponto de partida no cotidiano do aluno. Quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades e de seus interesses, da realização dos seus objetivos, não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Esse interesse é importante, pois dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática.

Conclusão

Buscamos com esse trabalho mostrar nova perspectiva para o ensino de Matemática mediado pela Modelagem Matemática, como uma alternativa para o seu ensino. Enfatizamos o interesse como princípio para o trabalho com a modelagem e procuramos mostrar os desdobramentos psicopedagógicos favorecidos a partir da escolha um tema. Enfocamos a ruptura com a forma do ensino usual de Matemática proporcionado pela Modelagem Matemática. Mostramos as possibilidades metodológicas oferecidas pela modelagem, na perspectiva do ensino, da construção dos conceitos e do conhecimento matemático. Esses elementos nos possibilitam afirmar a superioridade da Modelagem sobre as resistentes, cômodas, aversivas e ineficientes formas de ensino usuais que existem no conhecimento matemático simples e definitivo. O complexo e provisório constitui o traço da construção do conhecimento Matemático e a Modelagem Matemática favorece essa aproximação.