

---

## A PESQUISA E A PRÁTICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO PARANÁ A PARTIR DOS TRABALHOS APRESENTADOS NOS EPMEMs: UM OLHAR

Dionísio Burak  
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO - Guarapuava-PR  
Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG - Ponta Grossa- PR  
[dioburak@yahoo.com.br](mailto:dioburak@yahoo.com.br)

### Resumo

Este material tem por objetivo apresentar elementos para explicitar os diferentes olhares para a pesquisa e a prática da Modelagem, no âmbito do Estado do Paraná quando assume seu objeto na Educação Matemática. Algumas questões norteadoras sobre o tema ajudam a construir o caminho na busca de respostas. Assim, onde encontrar esses elementos da pesquisa e da prática da Modelagem na Educação Matemática, que possam oferecer elementos de reflexão para explicitar alguns olhares e, que refletem na pesquisa e na prática da Modelagem Matemática na Educação Matemática do Paraná. Os elementos podem oferecer subsídios que permitem olhar para a pesquisa e à prática na Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Modelagem Matemática; Pesquisa e Prática

### Introdução

A Modelagem Matemática constitui-se há quase três décadas em uma tendência da Educação Matemática. Embora, inicialmente, tenha suas raízes primeiras na Matemática Aplicada, que até o século XIX tinha maior vinculação ligada à Física e à Engenharia, onde residiam o maior número de aplicações da Matemática. O modelo presa-predador é um modelo de importância histórica na Modelagem Matemática de Sistemas Ecológicos. Mark Kot (2001), em seu livro *Elements of Mathematical Ecology*, descreve que o modelo surgiu em meados da década de 1920, quando Umberto D'Ancona, biólogo marinho italiano, desenvolveu uma análise estatística com dados sobre peixes vendidos nos mercados de Trieste, Fiume e Veneza entre 1910 e 1923.

A pesca havia sido suspensa em parte do Mar Adriático durante a Primeira Guerra Mundial, de 1914 a 1918, e Umberto D'Ancona mostrou que houve aumento da frequência relativa de certas espécies e redução da frequência relativa de outras espécies, fato este que consta também em Burak (1987, p.22). Já em 1885, segundo Hilgard (1973), Ebinghaus fez uso de um modelo matemático em Psicologia, na tentativa de medir a aprendizagem, por meio de um gráfico denominado curva de retenção.

A partir da década de 1980, a Modelagem começou a ser estudada e pesquisada em campo mais específico, o da Educação Básica. Esses estudos tiveram início a partir dos primeiros trabalhos de dissertação dos Cursos Stricto Sensu que tinham como objeto de estudos o ensino de Matemática. A Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho- Campus de Rio Claro, foi uma das pioneiras no Brasil.

A partir de então e durante quase duas décadas seguintes, vários pesquisadores egressos dessa nova denominação de curso em nível de mestrado e doutorado em Ensino de Matemática, Ensino de Física, Ensino de Química, entre outras, que começaram a ganhar adeptos. Inicialmente eram professores que haviam concluído suas licenciaturas e buscavam novos aprofundamentos teórico-metodológicos, para dar continuidade no âmbito da Educação Básica. Depois, começaram a aderir professores da Matemática Aplicada e da Matemática Pura. Para alguns, era uma oportunidade de conhecer um novo campo de estudos, uma vez que mesmo em qualquer nível de ensino de atuação a docência requer alguns fundamentos não oferecidos por essas formações seja no Bacharelado, seja nos mestrados, ou doutorados em Matemática Pura e Aplicada. Assim, aqueles que manifestavam maior sensibilidade para o ensino buscavam também esses cursos que tratavam do ensino de Matemática e depois, já na década de 2000, foi instituída pela CAPES 7 programas na Área de Ensino de Ciências e Matemática e, até o final de 2010 eram mais de 60 programas .( BRASIL, 2012). O Paraná possui 23 instituições de ensino superior que oferecem programas de Pós-Graduação. A seguir apresentamos as instituições Paranaenses que oferecem programas de Pós-Graduação acadêmico ou profissional em nível de mestrado e/ou doutorado na área de Ensino de Ciências e Matemática. Ressalte-se que algumas instituições que mantêm Programa de Pós-Graduação em Educação, oferecem em suas linhas de pesquisas espaços para a Educação Matemática.

O quadro a seguir mostra as instituições do Estado do Paraná e o número de trabalhos produzidos no período de 2009- a 2011.

**Quadro 1**

Instituições Paranaenses que oferecem Programas de Pós-Graduação na área de Ensino de Ciências e Matemática

ESTADO		UNIVERSIDADE	PROGRAMA	M	D	F	TOTAL
PR	1	PUC	Educação	4	4	-	4
	2	UEL	Ensino de Ciên. e Educ. Mat.	5	5	-	29
	3	UEM	Educação para Ciên. e a Mat.	4	4	-	19
	4	UEPG	Educação	4	4	-	7
	5	UFPR	Educação em Ciên. e Mat.	3	-	-	12
	6	UFPR	Educação	5	5	-	2
	7	UTFPR	Formação Cient. Educ. e Tec.	-	-	3	19
							<b>92</b>

Fonte: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

No quadro 2 a seguir, relacionamos as instituições Paranaenses que desenvolveram trabalhos relativos à Modelagem Matemática no período de 2009 a 2011. Ressalte-se que na realização da pesquisa o objetivo primeiro foi conhecer os núcleos de produção em Modelagem Matemática no Estado do Paraná, mais do que o número de produções em cada uma das suas instituições.

**Quadro 2**

Produção em Modelagem Matemática nas Instituições Paranaenses que oferecem Programas de Pós- Graduação Período: 2009 a 2011

ESTADO		UNIVERSIDADE	PROGRAMA	M	D	F	TOTAL
PR	1	UEL	Ensino de Ciên. e Educ. Mat.	5	5	-	05
	2	UEM	Educação para Ciên. e a Mat.	4	4	-	01
	3	UEPG	Educação	4	4	-	02
	4	UFPR	Educação em Ciên. e Mat.	3	-	-	01
	5	UFPR	Educação	5	5	-	02
	6	UTFPR	Formação Cient. Educ. e Tec.	-	-	3	02
							<b>14</b>

Fonte: O autor

O quadro apresentado mostra alguns núcleos no Estado do Paraná nos quais se estudam e pesquisam sobre Modelagem Matemática. Desse modo, podemos destacar com satisfação o surgimento de várias comunidades de Modelagem Matemática nas principais instituições do Estado do Paraná. Qual a orientação epistemológica de cada uma dessas comunidades? Elas se alinham a que perspectiva de Educação Matemática? É para esse olhar que precisamos nos preocupar, pois não consideramos que a adoção distinta de uma ou outra concepção uma concepção de Modelagem ou outra, as tornem melhor ou pior, mais exata ou menos exata, mais verdadeira ou menos verdadeira. O olhar que devemos buscar é clarificar a visão de Educação Matemática que estamos tendo como embasamento para a nossa pesquisa, pois parece ser também esses fundamentos a ser dado às práticas na sala de aula. A discussão da Educação Matemática neste trabalho tem foco voltado à natureza e a sua metodologia.

Em relação a esses aspectos, os trabalhos de Rius (1989) parecem contemplar de forma plenamente satisfatória os encaminhamentos para ensejar discussão em relação a eles. A importância das discussões reside fundamentalmente nas implicações que promovem e balizam nossos estudos, pesquisas e práticas em relação à Modelagem na Educação Matemática.

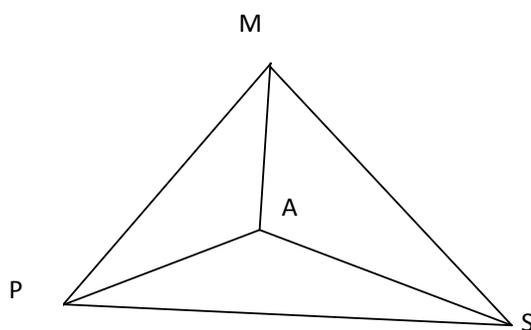
### **Sobre a natureza da Educação Matemática**

Desde as décadas de 1970/80, os debates e discussões em relação à Educação Matemática ganharam força no meio da comunidade de Educadores Matemáticos. Os debates envolviam principalmente sobre o que é a Educação Matemática e, em meio a esses debates quais as áreas ou disciplinas que sustentavam a esta temática. Dentre as muitas discussões ressaltamos o ponto de vista de Wain (1978) em Riu (1989, p.30), quando manifesta-se em relação à Educação Matemática da seguinte forma: “A Educação Matemática [...] como uma atividade operacional fundamentada em uma variedade de áreas de estudo e cujo objetivo é a análise da comunicação nas matemáticas.

Na perspectiva dos avanços nas discussões sobre a natureza da ‘disciplina’ o modelo do tetraedro de Higginson (1980) em Rius (1989a) o qual proporciona um marco de referência, mais amplo e sólido para a explicação das áreas de estudo atuais das referidas por Wain. A intenção de Higginson é analisar a natureza da Educação

Matemática se deve ao convencimento de que não haverá avanços significativos no tratamento do problema levantado pelas dificuldades surgidas na aprendizagem das Matemáticas até que haja um largo reconhecimento dos fundamentos da disciplina. Ainda manifestando a opinião de Higginson, em Rius (1989a, p. 30), tem havido uma visão muito estreita de quais são os fatores que influem sobre a disciplina e, o fracasso na criação de teorias ou metodologias coerentes de certa transcendência Ele culpa a ignorância de alguns aspectos essenciais de seus fundamentos.

#### Modelo do Tetraedro



**Figura 1**

A Educação Matemática pode ser representada por meio de um modelo cuja imagem seria de um tetraedro, e cujas faces seriam constituídas pelas disciplinas M = Matemática, A = Filosofia, P = Psicologia e S = Sociologia. Para o autor, essas quatro disciplinas são necessárias e suficientes para definir a natureza da Educação Matemática. Por meio de uma variedade de perguntas como: O que? Quando? Como? Onde? Quem? E Por quê? , é possível constatar que o modelo é válido.

O Modelo de Higginson ao apresentar as quatro faces: Matemática, Filosofia, Sociologia e Psicologia, as 6 arestas MA, MS, MP, AP, AS e OS e os 4 vértices: MAP, MAS, MPS e APS. Há áreas específicas que podem ser identificadas como resultante de instâncias interativas. A aresta MP, por exemplo, representa as áreas em que confluem os interesses da Matemática e da Psicologia. Nestas áreas temos muitos estudos atuais que buscam confluir os interesses da Modelagem com a Psicologia. Muitos dos trabalhos que buscam relacionar Modelagem com a Aprendizagem Significativa, Modelagem

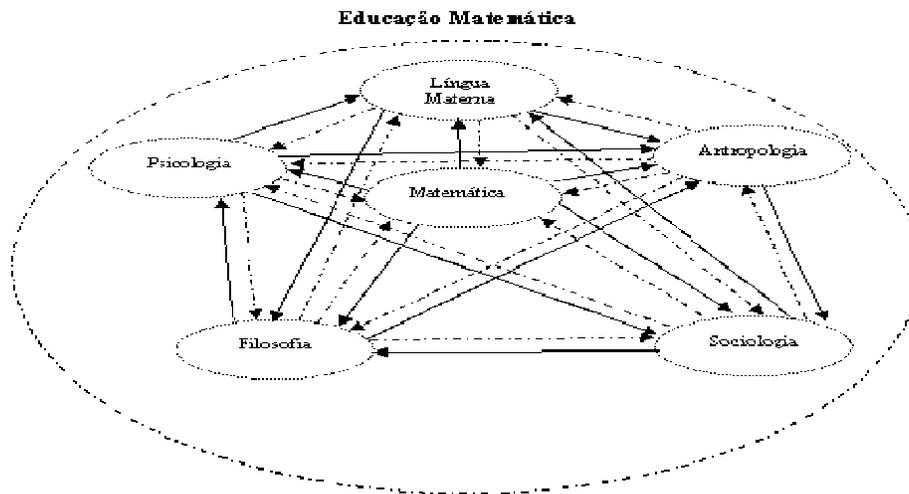
Matemática com as Teorias de Representações Semióticas, Campos Conceituais, estão contempladas nessa aresta. Também no vértice MAP, esses estudos têm embasamento.

Para Higginson, as componentes essenciais da Educação Matemática são as Matemáticas, a Psicologia, a Filosofia e a Sociologia, entretanto, como o próprio autor afirma a Educação Matemática é dinâmica. O tempo e sua própria evolução histórica têm sido fatores essenciais em sua constituição. Cada concepção e contribuição para a discussão de seus fundamentos é resultado do tempo em que foi produzida e das preocupações específicas do momento. Um exemplo disso é a ênfase dada, em um registro de 1970, ao referir-se ao estudo da Educação Matemática em Rius (1989, p.35) quando escreve “[...] requer um síntese que resulta das diversas áreas de estudos da Filosofia, da Psicologia e das Matemáticas, conectadas às experiências provenientes do ensino e da aprendizagem. Assim, o modelo de Higginson é, pois, uma interpretação da disciplina que a história desta mesma disciplina pode tornar-se, um dia, obsoleta.

Atualmente, por exemplo, a Antropologia é uma das áreas que apresenta grande contribuição para a Educação Matemática, com o seu método de observação participante muito utilizado pelos antropólogos para estudar uma comunidade. Adequada para a Educação é o método utilizado para a observação da dinâmica da sala de aula. O estudo da Linguística interessada no Estudo da Linguagem Matemática para tecer o discurso de aula.

Assim, uma configuração que podemos considerar mais representativa para o momento atual, pois contempla além da Matemática e das disciplinas da Educação referidas por Higginson outras áreas que têm contribuído com a Educação Matemática a Antropologia, a Linguística e a História da Matemática.

Dessa forma, a nova representação da Educação Matemática conforme Burak e Kluber (2008) reflete uma visão da Matemática como um de seus componentes, e não “a componente”, e ainda, não a descarta em momento algum, haja vista que essa representação enfoca a complexidade inerente à área. A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo em si, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interações. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática, o seu ensino e a aprendizagem em um contexto em que se favorecem as múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem em uma relação de reciprocidade.



**Figura 2**

Outro aspecto a ser considerado em relação à Modelagem Matemática é sobre o que Miguel (2004, p.82) afirma:

Só se podem conceber tanto a Matemática, a Educação e a Educação Matemática como práticas sociais, ou seja, atividades realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem e não unicamente como um conjunto de conhecimentos produzidos por um indivíduo em suas atividades.

Essas discussões sobre a natureza e a adoção da Educação Matemática como uma prática social conduzem a outras, dentre elas, àquelas que dizem respeito ao método, trazendo implicações para a pesquisa e para o ensino.

### **A questão do método e do objeto de estudo na Educação Matemática**

Outro aspecto decorrente da natureza da Educação Matemática e, na perspectiva de uma prática social, diz respeito ao método. O debate acerca do método pode ser esboçado, segundo Burak e Klüber (2008) em linhas gerais, de acordo com Rius (1989b), valendo-se de algumas ideias centrais de duas Escolas Filosóficas: 1) O Racionalismo Crítico de Popper e 2) A Teoria Crítica de Adorno e Habermas. Para a primeira escola, há um método único para o estudo do objeto, seja ele humano ou natural. Para a segunda, o método está ligado direta e irrevogavelmente ao objeto de estudo. Portanto, o estudo de cada objeto impõe a adoção de um método capaz de responder mais efetivamente às particularidades

desse objeto. Embora ambas se declarem antipositivistas, os adeptos da Teoria Crítica. Adorno (1976), em Rius (1989b), acusam o Racionalismo Crítico de ser positivista.

A orientação epistemológica da Educação Matemática é diferenciada, enquanto Ciência Social e Humana. Essa orientação se torna manifesta na efetivação dos métodos de investigação, que adotam, predominantemente, o cunho qualitativo. O enfoque antropológico, assim como a Teoria Crítica, considera o objeto de estudo estruturalmente: quer dizer que, independentemente do que trate o problema, este somente terá sentido se analisado em termos estruturais, buscando as manifestações próprias do objeto, em sua essência.

Sem dúvida que esses aspectos em relação à natureza e ao método, fazem a diferença, no âmbito da pesquisa em Modelagem Matemática e também em relação às práticas desenvolvidas em âmbito escolar.

Portanto ao lançar um olhar sobre a pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática, podemos admitir que ainda existam lacunas na compreensão plena da sua natureza e, em relação ao método.

As metodologias, estratégias, ou práticas educativas realizadas sem uma plena compreensão sobre os fundamentos que embasam a natureza e o método da Educação Matemática, podem ensejar pesquisas frágeis e práticas que, muitas vezes, se apoiam nessas pesquisas, também frágeis. Temos constatado, pelos trabalhos apresentados em eventos notadamente o EPMEM, que em suas 4 edições a nossa comunidade tem buscado avançar no campo com investigações, que buscam relacionar Modelagem Matemática com outras teorias. Dentre elas podemos destacar os primeiros trabalhos relacionando Modelagem Matemática com a Aprendizagem Significativa, Modelagem Matemática com a teoria das Representações Semióticas, Campos Conceituais, Práticas Colaborativas e também Modelagem Matemática e as Tecnologias.

Constatamos que essas investigações constituem avanços na busca de aprofundamento para o campo da Modelagem quando a concebemos na perspectiva das Ciências Humanas e Sociais. Essas investigações precisam superar concepções de Modelagem que embora, tenham imbricações com as Ciências Sociais e Humanas, utilizam o método próprio das Ciências Naturais.

. O que temos visto é que mesmo buscando adotar ideias novas, utiliza-se de metodologias que desejamos ver superadas. Outro ponto colocado à discussão é a própria

concepção de Educação Matemática, ausente na maioria dos trabalhos analisados. De modo geral, não há uma concepção clara de Educação Matemática presente na maioria dos trabalhos analisados.

O fato de tratar a Educação Matemática de forma ingênua, superficial, muitas vezes nem reconhecendo o porquê da expressão nos títulos dos eventos organizados, parece também contribuir para o pequeno avanço, ou, muitas vezes, até mesmo para um retrocesso, em vista à perspectiva da consolidação do campo da própria Educação Matemática. Quando não se percebe o sentido e significado dado à expressão Educação Matemática, é possível compreender e considerar as justaposições de autores em referenciais teóricos, mais como uma necessidade de mostrar conhecer os autores e pesquisadores envolvidos com a Modelagem Matemática do que propriamente dito, buscando diferenciar e estabelecer os contrapontos existentes entre as várias concepções, com base em uma visão da construção do conhecimento, do objeto de estudo em que se conformam cada concepção. Isto se mostra pelas considerações e discussões expressas nos resultados que, ainda, se fazem frágeis na maioria dos trabalhos submetidos e apresentados nos eventos, mas especificamente nos EPMEMs.

Como diz Higginson em Rius (1989a), que não haverá avanços significativos nas questões que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática, enquanto não houver um amplo reconhecimento dos fundamentos das disciplinas que constituem a natureza da Educação Matemática. Assim, o fato de se adotar uma metodologia, inclui uma visão de conhecimento, inclui bases teóricas que fundamentam as ações em uma prática educativa, havendo, portanto, necessidade de uma coerência e consistência nas várias dimensões imbricadas no ato de conceber o objeto de estudo. Pode-se comprometer a qualidade de uma prática com vistas à aprendizagem daquilo que se pretende ensinar, quando não se considera outros elementos próprios de uma ação educativa quais sejam: o contexto, os sujeitos, a cultura entre outros aspectos e, que constituem um grupo social, nesse caso, professores e estudantes de uma determinada comunidade.

A adoção de uma metodologia exige mudanças radicais, assim como rupturas graduais até a inevitável ruptura total que se dá quando a segurança, o auto convencimento da necessidade de uma nova postura diante de mudanças, que exigem olhares e atitudes novas. Mesmo que saibamos isso ser impossível, de uma única vez, podemos tentar de forma gradativa, quando é possível congregarmos esforços individuais e coletivos para uma

mudança na essência, que não se busque artifícios para justificar, ainda hoje, o fracasso das ideias novas por meio de práticas antigas. Isso parece equivaler ao encontrado em uma passagem bíblica: “Não se coloca vinho novo em odre velho” isto é, em nossa situação não se pode querer utilizar metodologias novas, que exigem mudanças radicais, isto é, mudanças nas raízes e tentar realizar essa empreitada por meio de uma prática voltada a manter paradigmas já superados no transcurso do avanço do próprio conhecimento. Ainda que as ações em âmbito escolar, mesmo que isso não se faça de todo presente, é preciso investigar a própria pesquisa no âmbito da universidade, pois como expressa Santos (2006, p.65), “Não basta, porém apontar a tendência da distinção entre ciências naturais e ciências sociais, é preciso conhecer o sentido e conteúdo dessa superação”.

### **Considerações**

Portanto ao voltar o olhar para a pesquisa e a prática em Modelagem Matemática no Paraná, podemos destacar, por um lado, os avanços que se fazem presentes na intencionalidade da pesquisa ao relacionar a Modelagem Matemática com outras teorias, tendências e tecnologia, a partir das comunicações e relatos de experiências. De outro lado os resultados das práticas, ainda se mostram frágeis, não há uma plena articulação entre a Modelagem e as teorias ou tendências, pois, ou, enfatiza-se a modelagem ou a teoria que se busca estabelecer relações o que chama a atenção para a necessidade de maior cuidado à pesquisa.

Estamos convencidos da necessidade de avanços na compreensão dos fundamentos das disciplinas, ou áreas que constituem a natureza da Educação Matemática, pois, somente a adoção de uma perspectiva para a Educação Matemática, distinta das Ciências Naturais é capaz de mobilizar os conhecimentos de áreas como, Antropologia, Sociologia, Psicologia, que constituem a natureza da Educação Matemática na perspectiva das Ciências Sociais e Humanas.

A questão do método é também um chamado à reflexão, pois, conforme a expectativa assumida de Educação Matemática nesta questão pode ensejar vieses, seja em relação ao método de investigação, pois as implicações se dão no âmbito das investigações educacionais, que assumem a natureza de investigação quantitativa ou investigação qualitativa, seja em relação ao objeto de estudo da Educação Matemática, que na perspectiva das Ciências

Sociais e Humanas, é distinto do objeto de estudo da ‘Educação Matemática’ na perspectiva das Ciências Naturais.

Para nós pesquisadores um alerta à necessidade de uma constante vigilância, pois segundo Rius (1989b, p.32) “As investigações que herdaram as características essenciais de um desses enfoques herdaram também suas consequências, independentemente de o investigador estar ou não a par desses referenciais”, que, muitas vezes, são veiculados sutilmente nas atividades de Educação Matemática.

## Referências

BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Avaliação**. Disponível em <<http://www.capes.gov.br>>. Acesso em: 05 abr. 2012.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E.. Educação Matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, p. 93-106, jul-dez, 2008.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na Educação Básica numa perspectiva de Educação Matemática. In: BURAK, D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E.. **Educação Matemática: Reflexões e Ações**. Curitiba: CRV, 2010, p. 147-164.

HILGARD, R.E.. O aparecimento dos modelos matemáticos .In **Teoria de Aprendizagem**. São Paulo: EPU 1973, p. 461-508

MARK, K.. **Elements of Mathematical Ecology**. Cambridge, Cambridge University Press, 2001.

MIGUEL, A. (et al). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. In: **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-93, set/out/nov/dez. 2004.

RIUS, B. E.. Educación Matemática: Uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**, México: Iberoamérica, v.1, nº 2, p. 28-42, Agosto de 1989a.

RIUS, B. E.. Educación Matemática:Uma reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. **Educación Matemática**, México: Iberoamérica v.1, nº 3, p. 30 - 36, Diciembre de 1989b.

SANTOS, B. V. de. S.. **Um discurso sobre as ciências**. 4. ed. São Paulo. Cortez, 2006.