CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dionísio Burak
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO
Programa de Mestrado em Educação
Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG - Ponta Grossa – PR
dioburak@yahoo.com.br

Tiago Emanuel Klüber
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
tiago_kluber@yahoo.com.br

Resumo

Neste artigo apresentamos uma discussão teórica sobre a Modelagem Matemática numa perspectiva de Educação Matemática, concebida como uma Ciência Humana e Social. Nesse contexto, buscamos estabelecer relações e justificar os encaminhamentos da Modelagem, conforme entendida por Burak (2004) e em harmonia com o entendimento de Educação Matemática. O que se busca, em termos metodológicos, é o encaminhamento ordenado das ideias, cruzando elementos do quadro teórico apresentado e a visão de Modelagem discutida, bem como exemplificando o desenvolvimento das etapas da Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática.

Abstract

This article presents a theoretical discussion about Mathematical Modeling into a perspective in Mathematics Education designed as a Human and Social Science. In this context, the aim is to estabilish relationships and justify the referrals on Modeling as understood by Burak (2004) in harmony with the comprehension of Mathematics Education. What is sought, in methodological terms, is to conduct orderly ideas, crossing elements of the present theoretical framework and the vision of the discussed Modeling, as well as exemplifying the development of stages on Mathematics Modeling.

Key-words: Mathematics Education, Mathematical Modeling.

Uma perspectiva de Educação Matemática (EM)

A Educação Matemática (EM), tanto como disciplina, quanto como campo profissional, científico e de estudo, é nova e ainda encontra-se em processo de constituição. No entanto, uma compreensão sobre a sua natureza pode ser encontrada nos estudos de RIUS 1989a e 1989b, KILPATRICK, 1996, FIORENTINI; LORENZATO, 2006 e BURAK; KLÜBER, 2008.

Burak e Klüber (2008), ao retomarem às discussões efetuadas por esses autores, na busca de compreender mais sobre a Natureza da Educação Matemática, a consideram como uma Ciência Humana e Social. Por assumir esse estatuto epistemológico, que não é o das Ciências Exatas e Naturais, a EM é reconfigurada de forma complexa, para dar conta dos problemas referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática**.** Assim, partindo da contribuição de Higginson *apud* RIUS (1989a); que representava a Educação Matemática num modelo sob a figura de um tetraedro, composto por quatro áreas correspondentes às suas faces: Matemática, Sociologia, Filosofia e Psicologia; Burak e Klüber (2008, p. 98) propõem um novo olhar sobre o campo, sintetizando a sua contribuição no modelo apresentado a seguir, que pode ensejar interações entre os diversos componentes que constituem a Educação Matemática, superando o modelo euclidiano, representado pelo tetraedro, que poderia ser dividido em partes e que, de certa forma, mutilava o trabalho com a própria Matemática.

Educação Matemática

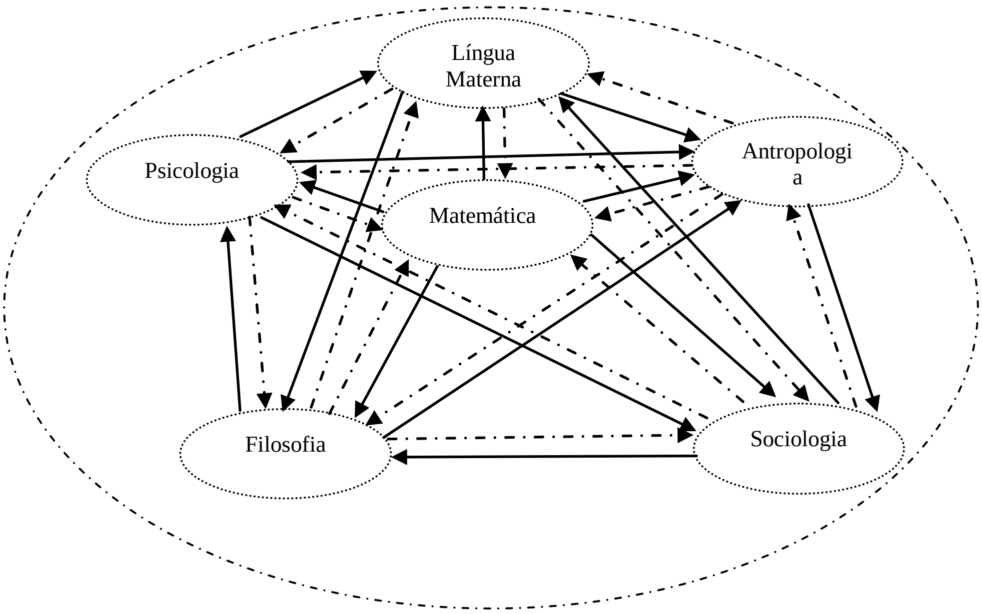

Figura1

Essa perspectiva de Educação Matemática permite considerar que a Matemática está condicionada à Educação e que, sob essa orientação, não é irrelevante fazer um ensino de Matemática, considerando-se contribuições da área da Educação, ou seja, por bases epistemológicas que não sejam exclusivas da Matemática. Em outras palavras, significa dizer que no ato de se ensinar Matemática faz-se necessário considerar os componentes indicados no modelo, para que se possa oportunizar uma aprendizagem mais efetiva por meio de um ensino mais consciente e crítico pelo professor, em relação ao complexo ato de ensinar, especificamente, Matemática. Essas rápidas considerações, aqui esboçadas, indicam um caminho para a discussão da Modelagem no contexto da Educação Matemática.

Ressaltamos que a discussão apresentada não se coloca no sentido de estabelecermos pressupostos fechados, mas de abrirmos possibilidades que se descortinam ao assumir a Educação Matemática como Ciência Humana e Social. Além disso, buscaremos estabelecer algumas dessas possibilidades nas próximas páginas, elucidando alguns dos sentidos dessa perspectiva de Educação Matemática para a Modelagem.

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática busca manter-se em estreita harmonia com a visão apresentada, em que a Matemática, seu ensino e aprendizagem são considerados como uma prática social , em acordo com Miguel (2004), na medida em que envolvem uma comunidade de estudantes, o desenvolvimento de um conjunto de ações que amplia o espaço de sala de aula, bem como se orienta por princípios que envolvem: interesse e visão antropológica, e a possibilidade da construção de conhecimentos matemáticos e interdisciplinares. Ou seja, uma visão que concebe a Matemática como um instrumento importante, mas sem desconsiderar as outras áreas que podem se fazer presentes no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Assim, volta-se, principalmente, à formação do jovem estudante em nível de Educação Básica e das distintas modalidades desse âmbito de escolaridade, principalmente a Educação de Jovens e Adultos, EJA, e a Educação Inclusiva.

Na perspectiva apontada, da prática educativa pretendida:

> A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões (BURAK, 1992, p.62).

Busca-se oportunizar uma maior compreensão sobre alguns pontos em relação à Modelagem na visão de Burak, como o fato de ela **constituir-se em um conjunto de procedimentos,** que significa algo unido, conjugado, contíguo de ações, caminhos a empreender com vista a um objetivo. **Além disso, estabelecer um paralelo** significa algo análogo, isomorfo, equivalente; e tem-se **fenômenos presentes no cotidiano**, considerando aquilo que é percebido pelo indivíduo, neste caso o estudante, que favoreçam, ou seja, possibilitem **fazer predições**, realizar um prognóstico, diagnóstico pelo estudante e que permitam **tomar decisão,** isto é, favoreçam deliberar, ou estarem desembaraçados diante de uma decisão. Para que isso ocorra, alguns encaminhamentos são sugeridos, contudo é a situação que mostrará a conveniência ou não da sua adoção.

A Modelagem Matemática, como uma prática educativa desejável para o ensino de Matemática, pressupõe, segundo Burak (1992, 2004), princípios para a sua adoção: 1) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; e 2) obter as informações e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo.

Esses princípios buscam consolidar as ações a partir do interesse dos estudantes envolvidos em uma atividade de Modelagem. Intuitivamente, mostramos, algumas vezes, interesse por coisas ou fatos que são benéficos, vantajosas ou nos são agradáveis e outras vezes por aquilo que nos inquieta, nos causa transtorno e temos o desejo de resolver. Sob o ponto de vista sócio-construtivista, seria que a razão para se fazer algo está em fazer esse algo. O interesse pela atividade está diretamente relacionado à motivação intrínseca e ganha força também no contexto que nutre tanto o interesse como a motivação.

Outro princípio é obter as informações e os dados onde se localiza o interesse do grupo. Em seu ensaio, Rius (1989b), ao tratar das investigações de cunho qualitativo e quantitativo em educação, pondera que estas são constituídas segundo dois modelos: da agricultura e da antropologia.

A dicotomia agricultura-antropologia partilha feição com a dicotomia Racionalismo Crítico *versus* Teoria Crítica. Embora não seja nossa pretensão aprofundar discussões acerca desses aspectos, consideramos importante explicitar rapidamente alguns elementos dessas vertentes da Filosofia da Ciência e suas relações com a questão dos métodos.

O Racionalismo Crítico e o modelo da Agricultura congregam da ideia de unidade do conhecimento, assim como a crença de que este conhecimento é o dito conhecimento científico e só pode ser alcançado pelo Método Científico, que, diga-se de passagem, é tido como único e universal.

O enfoque Antropológico, tanto como a Teoria Crítica, consideram o objeto de estudo estruturalmente, isto é, sua composição, seu arcabouço, o que significa dizer que, independentemente do problema, este somente terá significado se analisado em termos estruturais. (RIUS,1989 b). Assim, os métodos são construídos em virtude dos objetos de estudo.

No âmbito educacional, a adoção de método de investigação de cunho quantitativo se apoia na aplicação de métodos estatísticos para justificar a tão alegada cientificidade. A investigação de cunho qualitativo enfoca e trata os problemas sob outra ótica, dando lugar a uma concepção distinta de objetividade, a qual não é dada numericamente, mas em termos das trocas que se dão intersubjetivamente entre os sujeitos envolvidos no processo.

Na perspectiva de Modelagem Matemática assumida e no âmbito do ensino da Matemática, o método qualitativo considera os enfoques de corte antropológicos, fenomenológico e etnográfico, e todos aqueles que se caracterizam por ser uma variedade da observação participante, indo ao encontro do que Rius (1989b) fala sobre a tradição de pesquisa qualitativa. Esse enfoque representa, fundamentalmente, diferentes afirmações sobre a natureza e comportamento humano e pode proporcionar uma melhor maneira para se chegar à compreensão e entender a outra perspectiva de objetividade.

O método da antropologia tem como *slogam* "**Vê e vive ali para que possa dar conta do lugar",** o que significa, em termos de uma prática educativa, dizer: vivencie todos os aspectos de um processo sob os vários aspectos permitidos pelo objeto, busque compreender e experienciar maneiras distintas de tratar o objeto, busque significados para as ações desenvolvidas, considere os conhecimentos dos sujeitos envolvidos no processo.

Dessa forma, a adoção de métodos predominantemente qualitativos, no ensino da Matemática, pode favorecer, identificar e compreender as multidimensionalidades envolvidas no ato de ensinar e de aprender Matemática, o que, em nosso entendimento, é desejável para a formação de um cidadão que enfrente a complexidade do conhecimento e da realidade, conforme MORIN (2006). Para a prática pedagógica, muitas vezes, mais importante do que constatar "notas baixas" e o fracasso dos estudantes, é identificar as causas do porquê das "notas baixas" e do fracasso, e buscar superá-las a partir desse conhecimento.

Assim, nesta forma de conceber a Modelagem Matemática esse princípio pode favorecer a ação do estudante no delineamento, na busca de informações e coletas de dados e desenvolver autonomia para agir nas situações novas e desconhecidas. Pode, ainda, favorecer o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude investigativa, na medida que busca coletar, selecionar e organizar os dados obtidos. O desenvolvimento dessa atitude passa a se constituir em valor formativo que acompanhará o estudante, não somente no período de sua trajetória escolar, mas ao longo de toda sua vida.

Na perspectiva do encaminhamento em sala de aula, Burak (1998 e 2004) propõe o desenvolvimento da Modelagem Matemática em 5 (cinco) etapas:

1. escolha do tema;
2. pesquisa exploratória;
3. levantamento do(s) problema(s);
4. resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema;
5. análise crítica da(s) solução(ões).

Essas etapas serão apresentadas e discutidas, na sequência, para que possamos evidenciar a harmonia com a visão de Educação Matemática assumida.

1. Escolha do tema

A Modelagem Matemática parte de temas propostos pelo grupo envolvido, ou pelos vários grupos de educandos, em conjunto com o professor, constituídos por 3 ou 4 participantes. Os temas envolvem brincadeiras, esportes, atividades industriais, econômicas, comerciais, prestação de serviços e outros de interesse do grupo ou dos grupos. Na Educação Básica, os temas surgem como curiosidade, uma situação-problema ou, ainda, a partir de uma questão mais específica. Este último caso é mais difícil de ocorrer pelo fato de os estudantes não estarem habituados a problematizarem situações, no entanto, nada impede que isso ocorra, pelo próprio sentido antropológico da proposta, ou seja, estar ali, conviver para dar conta do lugar. Além da visão antropológica que se refere ao grupo menor, há a possibilidade de a questão estar relacionada com o grande grupo, questionando as relações sociais existentes e subjacentes aos temas escolhidos. Isso permite que o tema não tenha, por exemplo, nem uma ligação imediata com a região, e, sim, com outros temas mais abrangentes na sociedade e que estejam presentes nos meios de comunicação. Essa afirmação mostra a aproximação com o componente da sociologia.

O professor, com alguma experiência em trabalhos envolvendo a Modelagem, pode trabalhar com mais de um tema, contudo, é recomendável, inicialmente, o trabalho com um único tema por vez. É importante favorecer entre os estudantes a discussão sobre os múltiplos aspectos dos temas sugeridos. O professor tem participação, levantando aspectos, contrapontos, solicitando argumentos, desafiando os estudantes a manifestarem suas opiniões, seus pontos de vista, de modo que se envolvam na discussão. Se dois ou três temas são apresentados como sendo de interesse para estudo, poderão ser feitos um após o outro, após um consenso. Esses encaminhamentos constituem-se no ponto de partida para o desenvolvimento da pesquisa exploratória.

2. Pesquisa exploratória

Esta etapa da Modelagem se configura como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, ajudando a formar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, que são atributos importantes na formação de uma postura investigativa. Também parte da premissa de que não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece. Assim, ao trabalhar um tema, procura-se o conhecimento das várias dimensões ou aspectos que compõem essa realidade. Por exemplo, ao se trabalhar o tema “indústria cerâmica”, procura-se conhecer várias dimensões que constituem essa realidade, sejam elas políticas, sociais, econômicas, estruturais, entre outras. Os dados coletados são de natureza qualitativa e quantitativa e darão contexto para o levantamento dos problemas.

Esta etapa, além de favorecer a coleta dos dados de forma criteriosa, pode contribuir com aspectos de uma formação envolvendo valores, atitudes e um espírito mais crítico. Essa etapa se mostra importante na Modelagem, pois busca desenvolver a autonomia dos estudantes, um olhar mais atento para as situações pesquisadas.

Algumas dificuldades podem ser colocadas como empecilho para a realização desta etapa que se dá no ambiente de interesse da pesquisa: a saída da escola nos horários normais de aula, o controle dos estudantes, a alegação de tumulto por parte de outras turmas.. Por essa razão, alguns temas podem tornar-se inviáveis naquele momento, pois precisam de autorização de um órgão competente, como, por exemplo, a Companhia de Água e Saneamento da cidade, órgãos estaduais e federais. Contudo, outros são de livre acesso: supermercados e comércio de modo geral, um parque, um campo de futebol ou uma quadra poliesportiva da própria escola.

A escola que busca inovações encontrará formas e meios de viabilizar sua estrutura administrativa e pedagógica, de modo a compatibilizar essas saídas, sem causar transtornos maiores ao bom funcionamento da unidade escolar, introduzindo, por exemplo, aulas geminadas nos primeiros ou últimos horários.

Uma forma alternativa que a escola dispõe para buscar dados, atualmente, é fazer uso da Internet nos sites disponíveis. Os recursos da informática presentes, na maioria das nossas escolas, tendem, também, a favorecer essa etapa da Modelagem e a agregar o uso de uma tecnologia na coleta de dados e informações, uma vez que a Internet possibilita o acesso a quase todos os assuntos em todos os níveis.

3. Levantamento do(s) problema(s)

O levantamento do(s) problema(s) constitui-se na terceira etapa da Modelagem. Dá-se a partir dos dados coletados na etapa da pesquisa exploratória. A ação investigativa, ao traduzir em dados quantitativos algumas observações que em sua maioria são descritivas, confere nova conotação aos dados numéricos obtidos, possibilitando a discussão e o estabelecimento de relações que contribuem para o desenvolvimento do pensamento lógico e coerente. Os dados qualitativos permitem conhecer os processos, as características do objeto em estudo e adiciona elementos para favorecer a discussão e compreensão dos resultados. Essa etapa da Modelagem agrega alguns componentes da perspectiva de Educação Matemática assumida, ou seja, a Filosofia, com a sua questão central "porquê". Ao se fazer uma atividade de Modelagem dessa natureza estamos aprendendo a formular questões e indagando sobre o sentido de determinadas informações e conteúdos matemáticos que ali apareceram, numa reportagem, numa tabela ou gráfico.

Por esse motivo, na Modelagem Matemática os problemas apresentam características distintas dos problemas apresentados pela maioria dos livros textos:

- são elaborados a partir dos dados coletados na pesquisa exploratória;
- estimulam a busca e a organização dos dados;
- possuem, geralmente, caráter genérico, o que exige esforço e reflexão por parte de estudantes e professor;
- favorecem a compreensão de uma determinada situação;
- incentivam a participação ativa do aluno nas discussões e elaboração.

Na Modelagem Matemática, na maior parte das situações no âmbito da Educação Básica, os problemas, as situações–problema, são elaborados a partir da etapa denominada pesquisa exploratória. Nos últimos anos da Educação Básica, Ensino Médio, a problematização pode ser o ponto de partida para a trabalho com a Modelagem Matemática, pois, como já foi falado, nos anos iniciais é muito raro, mas pode acontecer.

Essa etapa para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática rompe com a forma mais usual de resolução de problemas no âmbito da sala de aula. Em nossa compreensão de Modelagem os problemas são elaborados a partir de uma ação dos próprios estudantes, o significado atribuído a essa ação de coletar dados, organizá-los e elaborar questões ou situações-problema é de percepção, apreensão e assimilação da realidade construída pelos estudantes. As teorias cognitivistas sob os vários enfoques respaldam essas ações. O que em certo sentido remete ao diálogo com o componente da Psicologia, que está contemplada no modelo provisório que representa o nosso entendimento de Educação Matemática. Isso porque o levantamento dos problemas está relacionado ao "conteúdo" cognitivo do estudante acerca do tema investigado.

4. Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema

Constitui a quarta etapa da Modelagem e trata da resolução do(s) problema(s). O(s) problema(s) levantado(s) determinará(ão) o(s) conteúdo(s) a ser(em) trabalhado(s).

Partindo, ainda, do contexto do tema, podem ser desenvolvidos vários conteúdos matemáticos provenientes dos dados coletados e a partir das hipóteses levantadas pelo professor ou pelo(s) grupo(s).

Na Modelagem Matemática, esse momento é fundamentalmente rico, visto que favorece o trabalho com os conteúdos matemáticos que, assim, ganham importância e significado. Portanto, muitos conteúdos de campos, tais como Números e Operações, Grandezas e Medidas, Geometria, Álgebra e Tratamento da Informação, que isoladamente não despertam muito a atenção, em um contexto significativo para o estudante passam a ser significativos. **É, também, o momento em que se pode oportunizar a construção dos modelos matemáticos** que, embora simples, se transformam em oportunidades ricas e importantes para a formação do pensar matemático. Vale ressaltar que, nessa forma de conceber a Modelagem, o conceito de modelo amplia-se, não se restringindo apenas aos modelos matemáticos. Considerando o modelo como uma representação, admite-se, nessa concepção, uma lista de preços em uma tabela, por exemplo, como capaz de ajudar na tomada de decisões.

Quando a situação em uma atividade de Modelagem evidencia a necessidade de um modelo matemático não usual, pois na Educação Básica nos valemos, geralmente, de modelos prontos, a todo o momento, temos que a fórmula de área das figuras geometricamente definidas, das áreas de superfícies laterais e totais de poliedros regulares, pirâmides, cilindro, cones, além de suas relações métricas, equações lineares, quadráticas, funções entre outros, então construímos um modelo para a situação estudada.

Nesse momento, ao tratar da construção do modelo, é necessário levar em consideração o ferramental Matemático já disponível ou, não raras vezes, há a necessidade de criar uma ferramenta matemática para resolver a situação. E é, neste último caso, que entendemos que se dá a relação mais forte entre o componente Matemática e o componente Psicologia da Educação (Matemática), não se esquecendo que essa relação foi subsidiada, ao longo do processo, por outros componentes que ainda se fazem presentes, por estarmos trabalhando no contexto do tema escolhido.

Um exemplo dessa situação se deu quando, no contexto do tema Comércio Alimentício, os participantes estudaram um determinado produto que vinha em embalagens de duas, quatro, oito e sessenta e quatro unidades. Ao explorar o desenvolvimento de conteúdos matemáticos, o professor levantou um problema, uma situação em que se envolveu a soma de múltiplos de um número, o 2, que se fez presente pelo interesse dos estudantes em saber se havia alguma “fórmula” ou expressão matemática que permitisse calcular a soma de certo número de múltiplos, pois, da forma empírica, somando termo a termo, a atividade ficava muito trabalhosa.

Essa situação passou a ser abordada de forma construtiva e ganhou uma conotação bastante matemática, porém, sem estar desvinculada do tema, bem como da consideração dos componentes da Educação Matemática, visando a aprendizagem.

Uma situação problema foi: ***Qual a soma dos dois primeiros múltiplos de 2?.***

$S_2 = 2 + 4 = 6$

A soma dos três primeiros múltiplos de 2:

$S_3 = 2 + 4 + 6 = 12$.

E esse procedimento foi usado para o cálculo da soma de quatro, cinco, seis... múltiplos de 2. Será que poderíamos encontrar um modelo matemático que nos permitisse o cálculo de um número maior, como 30, 50, 100, e que são múltiplos de dois, sem a necessidade de estarmos adicionando da forma feita? Essa questão lançada pelo professor desafiou os estudantes a buscarem, a partir dos recursos matemáticos disponíveis em suas estruturas cognitivas, construir uma expressão matemática que permitisse tal cálculo.

O procedimento inicial para encaminhamento da situação consistia em os estudantes traduzirem a linguagem Matemática, a situação colocada. Um grande número de múltiplos, 30, 50, 100, que não são exatamente nem 30, nem 50 e nem 100, poderia ser traduzido por um símbolo n que representasse qualquer um desses números, ou outros. Disso decorre todo um trabalho sobre situações, que no âmbito do ensino e da aprendizagem da Matemática, precisamos expressar matematicamente em determinada ação na qual desconhecemos algum elemento. É um exemplo de uma situação corriqueira que acontece no Ensino Fundamental: a soma de certo número mais o seu dobro resulta em 15. Qual é esse número?

No caso apresentado, o estudante precisa ter formado os conceitos de incógnita, variável, expressões algébricas, entre outros. Caso isso não se verifique, o professor pode ensejar situações que promovam no estudante a aquisição desses conceitos, buscando subsídios na Psicologia da Educação.

Voltamos à questão proposta pelo professor, que poderia traduzir a situação de desafio por uma expressão do tipo: qual a expressão da soma dos n primeiros números múltiplos de 2?

A partir daí, dá-se início ao processo de construção

Podemos chamar a soma do primeiro múltiplo de 2 de S_1, a soma dos dois primeiros múltiplos de 2 de S_2 , a soma dos três primeiros múltiplos de 2 de S_3 e, assim , até a soma de n múltiplos de 2 , que nos daria um S_n.

Colocado sob outra forma:

$S_1 = 2$, que pode ser expressado assim: $S_1 = 1.\ 2$

$S_2 = (2+4)$, que pode ser: $S_2 = 1.2 + 2.2$, em que o 4 pode ser representado por 2.2

$S_3 = (2+4+6)$ para um número qualquer ou $S_3 = 1.2+2.2+3.2$ e assim por diante.

A soma de um número n de múltiplos de 2 pode ser colocada assim:

$S_n = [1.2+ 2.2+ 3.2 +4.2+5.2+ ..... + (n-2).2 + (n-1).2 + n.2]$

Fazendo uma analogia da expressão de S_n para um exemplo de n = 10.

$S_{10} = [\ 1.2+2.2+3.2+4.2+5.2 +.......... (n-2).2+ (n-1).2 +10.2$, em que $(n-2).2 = (10-2).2 = 8.2$ e $(n-1).2 = 9.2$ e $n.2 = 10.2$. Muitas vezes os estudantes apresentam essa dificuldade de saber expressar esse valor em termos de n. O professor pode colocar várias situações até que o aluno assimile essas formas de representação e consiga transitar da língua materna para a representação matemática e vice-versa, considerando, além disso, o tempo de aprendizagem dos estudantes.

Assim, detalhando o processo de matematização, podemos escrever:

$S_1= 2$

$S_2 = (1.2 + 2.2)$

S_3 = (1.2+2.2+3.2)

Para a soma de um: (n-2), (n-1), e quaisquer múltiplos de dois, tem-se:

$S_{(n-2)}$ = [1.2 + 12.2+3.2+4.2 + 5.2 + ...+ (n-2).2]

$S_{(n-1)}$ = [1.2.+2.2 +3.2.+4.2.+5.2 + ...(n-2).2+(n-1).2]

S_n = [1.2+2.2+3.2+4.2+5.2+6.2+...+(n-2).2+(n-1).2 +n.2]. Essa expressão representa a situação sob estudo. Podemos chamar essa expressão de (1).

S_n = [1.2+2.2+3.2+4.2+5.2+6.2+...+(n-2).2+(n-1).2 +n.2] (1)

Agora apresenta-se um trabalho de verificar o que há de comum nas adições colocadas, aquilo que se repete nas várias adições .

No caso em estudo, o 2 repete-se em todas as parcelas.

Podemos colocar em evidência esse fator comum e recorremos ao conhecimento do conteúdo denominado fatoração, em que podemos colocar um número, uma variável ou uma expressão que seja comum em evidência. Assim, temos:

S_n = 2.[1+2+3+4+5+6 ......+ (n-2) +(n-1) + n] vamos chamá-la de (2)

Na expressão (2) pode-se observar que os números entre colchetes [1+2+3+ ...+ (n-2) +(n-1)+ n] ensejam a soma de n números naturais. Podemos usar uma maneira simples de fazê-la mesmo com alunos do Ensino Fundamental:

S = 1+2+3+4+5+6 ......+ (n-2) +(n-1) + n

e invertendo os números da expressão S, fica:

S = n + (n-1) + (n-2) +...+ 6+5+4+3+2+1

Adicionando termo a termo as expressões temos:

S + S = (1 + n) +[2+(n-1)] +[3 + (n-2)] + ...+ [(n-2)+3] + [(n-1) +2] + (n +1)

2S = (1 + n) + (1 + n) + (1 + n) + (1 + n) + ... + (1 + n) + (1 + n) + (1 + n), em que temos, no segundo membro, n parcelas iguais a (1+n). Assim, a expressão fica:

2S = n (1+n) ou $S_n = \dfrac{n(1+n)}{2}$. Chamemos de (3) esta expressão.

Substituindo a expressão entre colchetes dada em (2) por seu valor encontrado em (3) temos:

$S_n = 2[\dfrac{n(1+n)}{2}]$ e, daí, $S_n = n(1+n)$ (4)

Assim, a expressão (4) é o modelo matemático que é a resolução do problema proposto pelo professor. Esse modelo pode ser validado ou verificado substituindo-se o n por valores 1, 2 3 ,4 ..... O professor pode, se for conveniente, fazer o uso da Indução Matemática para verificar a validade do modelo.

Nos problemas internos da Matemática, relacionados aos números naturais, ou para uma definição a eles relacionada, pode-se empregar um importante recurso matemático denominado indução matemática ou método de recorrência.

Verificamos se a expressão é válida para n=1, verificamos se vale para um natural k; sendo verdadeira para um natural k (denominada hipótese da indução), implica que é verdadeira para um natural (k+1), então é verdadeira para todo natural n, com n≥ 1.

Essa expressão construída representa um modelo que permite conhecer a soma dos n primeiros múltiplos de 2.

Uma verificação pode validar o modelo, por exemplo, a soma dos 3 primeiros múltiplos de 2.

Tomamos n = 3 e temos que $S_3 = 3(1+3) = 3.\ 4 = 12$

Para os cinco primeiros múltiplos de 2, neste caso, n = 5, substituindo o valor de n na expressão (4) , tem-se:

$$S_5 = 5(1+5) = 5.6 = 30 \text{ ou}$$

$$S_5 = (2 + 4+ +6 + 8 + 10) = 30.$$

Dessa forma, a construção de um modelo, mesmo não sendo prioridade, pois a prioridade é o processo de construção do conhecimento matemático, é, entretanto, quando acontece, também uma oportunidade de não apenas usar os conteúdos trabalhados ou construir novos conteúdos e conceitos, mas, ainda, de desenvolver e contemplar perspectivas da Matemática como Ciência, como formadora de pensamento lógico-matemático, bem como de algumas de suas aplicações.

5. Análise crítica da(s) solução(ões)

A análise crítica da(s) solução(ões) é uma atividade que favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e a argumentação lógica, discutindo, também, a coerência da solução do(s) problema(s) às situações da realidade estudada. É um momento importante para a discussão de aspectos relacionados à Matemática, à Sociedade, à Cultura, à Economia e à Política. Também nesse momento pode-se perceber implicações para a forma de conceber a Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, que leva em consideração uma natureza das Ciências Humanas e Sociais, que envolve mais do que a componente matemática, mas enseja o momento para a discussão, levando em consideração os componentes sociais, psicológicos, antropológicos e históricos, que, muitas vezes, são deixados de lado quando se procura uma visão mais convergente para a Matemática. Na perspectiva em foco, as discussões promovem momentos de interação, relativos à Matemática, método, linguagem, conteúdos, exequibilidade, não apenas matemática, mas no contexto da realidade estudada. Enriquece as discussões a partir de reflexões sobre os efeitos sociais, culturais, políticos e econômicos, entre outros, a partir dos resultados encontrados.

É essa perspectiva que diferencia a visão assumida. É uma visão que amplia e considera outras bases como significativas para uma prática educativa que supera, ainda que de forma gradativa, a visão predominante no ensino de matemática, sem desconsiderar a importância da Ciência Matemática e do seu estudo, como no exemplo mostrado anteriormente, mas inserida em um mundo complexo, que, naturalmente, exige complementação, suplementação, significados, enfim, a adoção e o reconhecimento de multidimensionalidades envolvidas em uma prática educativa para os novos tempos (MORIN, 2006).

No trabalho com a Modelagem, o papel do professor fica redefinido, pois este passa a ser o mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno ou do grupo; o problematizador, ao promover e articular situações decorrentes do processo; o orientador, no sentido dos possíveis encaminhamentos a serem adotados. Essas atitudes se diferenciam das do ensino usual, em que, na maioria das vezes, o professor é o centro do processo. O fato de compartilhar o processo de ensino denota uma nova postura do professor. O professor se torna um aprendiz juntamente com os estudantes, há um Educador-Educando e um Educando-Educador (FREIRE, 2004).

Considerações

Este artigo procurou explicitar algumas das implicações da Modelagem Matemática quando adota a visão da Educação Matemática na perspectiva nas Ciências Humanas e Sociais, principalmente na Educação Básica.

Foram ressaltadas algumas potencialidades dessa metodologia ao se trabalhar o ensino de Matemática quando busca colocar a Matemática em plena interação com outras áreas do conhecimento que constituem a educação geral, visando o ensino e a aprendizagem num contexto mais amplo.

Esses aspectos agregam uma visão ampla de Educação, conduzindo a pensar a multidimensionalidade que se faz presente na escola, como a visão de mundo, de sujeito, de conhecimento, de sociedade, dentre outros aspectos. Esses fatos não seriam possíveis sem uma mínima compreensão acerca da natureza da Educação Matemática.

Referências

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat**. Paraná, Curitiba, v. 1, n. 1, p.32-41, 1998.

______. A modelagem matemática e a sala de aula. In: – I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004. **Anais....** Londrina, PR, 2004.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E.. Educação Matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. *Acta Scientiae* (ULBRA), v. 10, p. 93-106, jul-dez, 2008.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

KILPATRICK, J. Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a EM como campo Profissional e científico. **Zetetiké,** Campinas: CEMPEM- FE - Unicamp, v.4, n.5, p.99-120, jan-jun, 1996.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MIGUEL, A (et al). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. In: **Revista Brasileira de Educação,** n. 27, p. 70-93, set/out/nov/dez. 2004.

MORIN, E. **Sete saberes necessários à Educação do Futuro.** São Paulo: Cortez, 2006.

RIUS, E. B. Educación Matemática:Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. ***Educación Matemática***, México: Iberoamérica, v.1, nº 2, p. 28-42, Agosto de 1989a.

RIUS, E. B. Educación Matemática: Una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodologia. ***Educación Matemática,*** México: Iberoamérica v.1, nº 3, p. 30 - 36, Deciembre de 1989b.